

弾性波伝播問題に対する粒子法の適用性に関する研究

京都大学大学院工学研究科 学生員 ○岩本 哲也
 京都大学大学院工学研究科 正会員 小野 祐輔

1 研究の背景と目的

近年、土構造物の地震時挙動解析に粒子法を用いる試みが見られる。粒子法は大変形解析に適用性が高い一方で、境界の定義が曖昧で、粒子が不足する自由境界付近で誤差が大きくなるという欠点が知られている。そこで、本研究では代表的な粒子法である SPH 法や MPS 法を基本的な弾性波伝播問題に適用することで、境界条件を含む様々な計算精度の検証を行う。

2 一次元問題における解析

一次元波動伝播問題に対して SPH 法、CSPH 法¹⁾、MSPH 法²⁾および MPS 法³⁾の4つの粒子法を用いて解析を行い、中央差分法⁴⁾と比較することでその精度の検証を行う。

各手法によって正弦関数の勾配を評価した図を以下に示す。

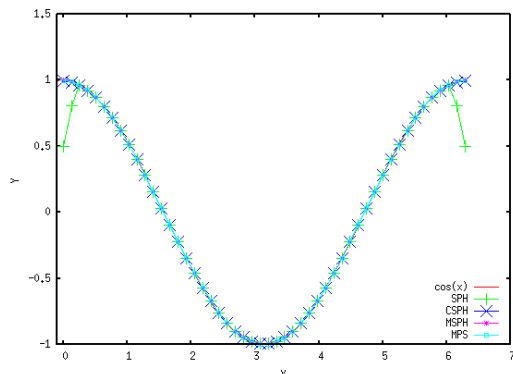


図1 正弦関数の勾配評価

上図より SPH 法では境界で誤差が生じているが、それ以外の粒子法では境界でも誤差が生じないことがわかる。

次に弾性体の解析対象モデルを以下に示す。

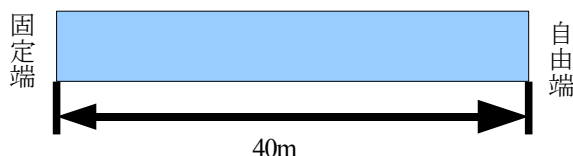


図2 一次元弾性体の解析モデル

弾性体のパラメータはせん断波速度 $100(\text{m/sec})$ を想定し密度を $2.0 \times 10^3(\text{kg/m}^3)$ 、弾性係数を

$2.0 \times 10^7(\text{N/m}^2)$ とした。左端から速度 $\sin(\pi/0.1t)(\text{m/sec})$ を 0.1 秒間入力した。以下に粒子(格子)間隔 $dx = 4.0 \times 10^{-1}$ としたケースにおける各手法の誤差の時刻暦を示す。正しい解としては差分法において $dx = 1.0 \times 10^{-2}$ とした解析結果を用いた。

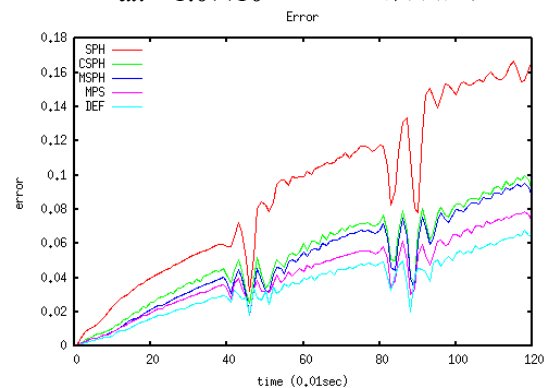


図3 弾性波の誤差の時刻暦

SPH 法による誤差が最も大きく、SPH 法の改良手法である CSPH 法や MSPH 法よりも MPS 法の方が同スケールでの精度は上となっている。しかしながら CSPH 法と MPS 法は一次元においては導入している関数が異なるだけであり、数学的にほぼ同じ定式化であるということが明らかになった。ゆえにどちらの手法の精度が高いかという議論は不毛である。

次に正弦関数一波長あたりの勾配評価を定量的に粒子(格子)数と誤差の関係を表した図を示す。

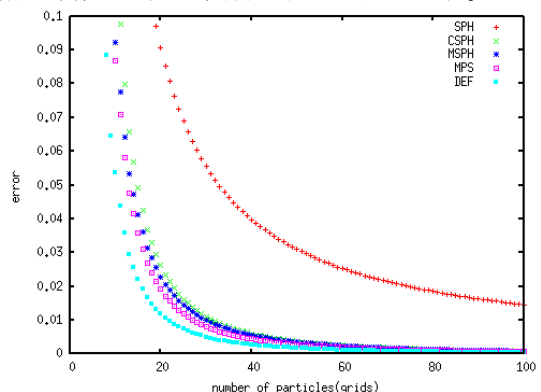


図4 一波長あたりの粒子数と誤差

上図より差分法と同程度の精度を粒子法で再現するには、差分法の格子数に対しておおよそ 1.5 倍程度の粒子数が必要であることが確認された。SPH 法だけ誤差が大きくなっているが、これは SPH 法では境界で誤差が生

じるためである。

このほか境界条件に関して境界で粒子数が不足しないように仮想粒子を導入したケースと、単純に境界上の粒子に境界条件を代入するケースでの比較を行った。その結果境界上の粒子に直接境界条件を代入するだけで十分に精度が保証されることがわかった。これは最も誤差が大きくなる境界上の粒子に対しては境界条件として真の解を直接代入するので、結果的に誤差が軽微に留まっていることが理由として考えられる。

3 二次元問題における解析

ここでは面外振動問題(SH波)の解析を行う。一次元の解析結果を受けて、境界誤差の大きいSPH法とCSPH法に比べ際立った精度の向上を見込めないMSPH法による解析は行わず、CSPH法とMPS法に的を絞って解析を行う。

まず二次元正弦関数の評価をCSPH法およびMPS法で行う。以下のその計算結果を示す。

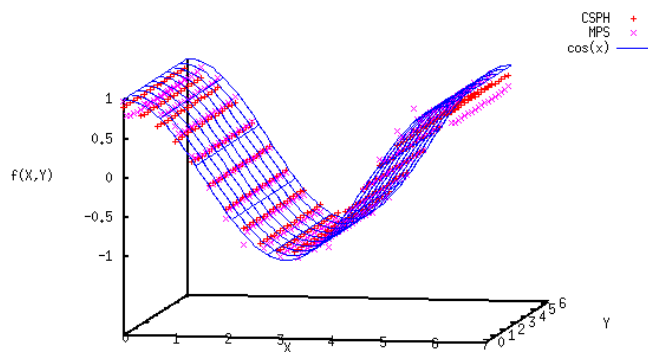


図5 正弦関数の勾配評価

上図よりCSPH法では二次元においても境界誤差が補正されているのに対し、MPS法では誤差が生じている。これはMPS法における勾配評価モデルは次元の増加に伴って単純に式を次元倍するという簡易な形をとっているため、X方向とY方向に存在する粒子の割合が等価でないとその精度が保証されないためである。一次元問題ではX方向にしか粒子が存在しないため、こうした問題は起こらない。

次に二次元弾性体の解析モデルを以下に示す。

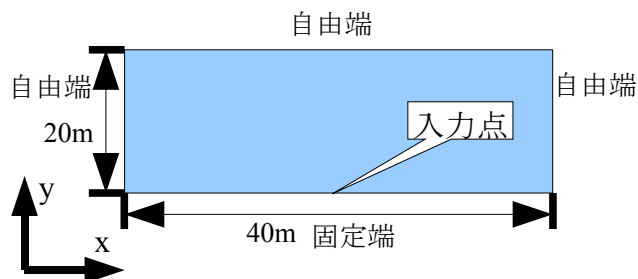


図6 二次元弾性体の概念図

弾性体のパラメータはせん断波速度 $100(\text{m/sec})$ を想定し、密度を $2.0 \times 10^3 (\text{kg/m}^3)$ 、弾性係数を $2.0 \times 10^7 (\text{N/m}^2)$ とした。入力点から速度 $\sin(\pi/0.1 t) (\text{m/sec})$ を 0.1 秒間入力した。以下に解析開始後から 0.4 秒経過した段階での波動伝播の様子を示す。

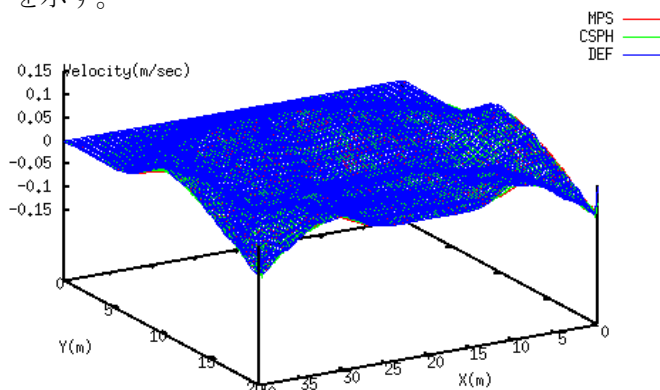


図7 波動伝播の様子

上図よりCSPH法MPS法共に差分法と概ね一致している。MPS法では境界で誤差が生じているはずだが、境界粒子には直接境界条件を代入しているため、結果的にその誤差は軽微に留まっている。

このほか変形解析を想定し、粒子配置を従来の格子状ではなく不規則にした状態で計算を行った。すると同じ解析条件でもMPS法においては解が発散したのに対し、CSPH法では安定した解析が可能であった。したがって変形解析を想定する場合、MPS法よりもCSPH法の方が優れていると言える。

4 結論

SPH法は影響半径によってその精度が大きく変化することが示された。また一次元問題においてMPS法はCSPH法において重み関数の形状が異なる特殊な場合として位置づけることができることが明らかになった。このほか固体端と自由端の処理は境界上の粒子に境界条件を与えるだけでよいことがわかった。そして二次元解析において、境界誤差の有無や不規則粒子配置に対する適用性の観点から、CSPH法がMPS法よりも適した手法であることが確認された。

参考文献

- 1) J.K.Chen, J.E.Beraun, C.J.jih : Completeness of corrective smoothed particle method for linear elastodynamics, 1999
- 2) G.M.Zhang, R.C.Batra : Modified smoothed particle hydrodynamics method and its application to transient problems, 2004
- 3) 越塚 誠一 : 粒子法, 日本計算工学会, 2005
- 4) 佐藤 雅弘 : FDTD法による弾性振動・波動の解析入門, 森北出版, 2003