

SH板波を用いた平板の減肉欠損の逆解析

東京工業大学 学生会員 ○工藤 圭
東京工業大学 正会員 廣瀬 壮一

1. はじめに

構造物の維持管理において、非破壊検査は大変重要な役割を果たす。その中でも、物体内の欠陥からの散乱により内部の欠陥を調べる超音波探傷法は、主要な方法の一つとなっている。しかし、通常の超音波探傷法では欠陥を検出するために超音波を送受するための探触子を構造物表面でスキャンしなければならず、大規模な構造物を検査するときには多くの時間と労力を必要としてしまう。

本報告では、ガイド波を用いた逆解析によって平板の減肉欠損の定量的評価を試みたものである。ガイド波は、管や平板などの単一の断面形状をもつ長尺な物体を、長手方向に遠くまで伝播するという性質を持つ。よって、物体内部の欠損で散乱されたガイド波を調べることで探触子をスキャンすることなく、ある特定の点でガイド波を受信することにより、物体内部の情報を一度に集めることができる。したがって、ガイド波を用いれば、従来の超音波探傷法と比べると格段に短時間で検査を行うことができる。

ガイド波には複数のモードがあり、各モードが分散性を有している。分散性とは、波速が周波数によって変化する性質で、ガイド波は伝播するにしたがって複数のモードごとに分散していく。単一のモードを入射しても、複数の伝播モードが発生するため、送信波形と受信波形が異なってしまう。一般にガイド波の受信波形から特定のモードの振幅を抽出することは容易ではない。しかし、本研究は平板の減肉欠損によって反射されたSHガイド波から特定のモードを抽出できたとして、ある周波数領域における反射係数から減肉損量を推定する逆解析を行うものである。なお、逆解析の入力データとなる反射係数は Mode exciting method¹⁾によって得られたシュミレーションデータを用いる。

2. SH板波の基礎理論

(1) SH板波の分散特性

等方性をもった均質な厚さ $2h$ の線形弾性体の平板におけるSH波の変位 u 以下の支配方程式を満足する。

$$\nabla^2 u(\mathbf{x}) + k_T^2 u(\mathbf{x}) = 0 \quad (1)$$

ここで k_T は横波の波数である。弾性体表面は自由表面なので応力がゼロという境界条件を満たす。 x_1 を長手方向に x_2 を鉛直上向きにとると、式(1)と板の上下の境界 S での境界条件を満たすSHガイド波の変位 u は対称モードでは以下ようになる。

$$u = A \cos(qx_2) e^{i(\xi x_1 - \omega t)} \quad (q = n\pi/2h, n = 0, 2, 4, \dots)$$

非対称モードでは以下ようになる。

$$u = A \sin(qx_2) e^{i(\xi x_1 - \omega t)} \quad (q = n\pi/2h, n = 1, 3, 5, \dots)$$

ただし、 $\xi^2 = k_T^2 - q^2$ で、 ω は角周波数、 n はモード番号である。縦軸に x_1 方向の無次元化波数 ξh を横軸に横波の無次元化波数 $k_T h$ をとり、図示すると図-1のような分散曲線を得る。

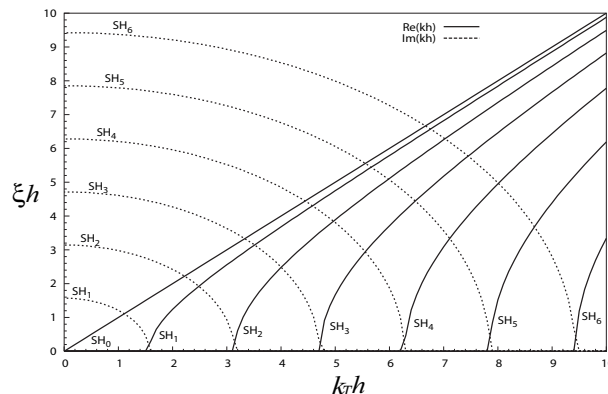


図-1 SH波の分散曲線

(2) 平板での反射波

図-2のような減肉欠損部の表面を B とすると、反射SH波は式(2)のようになる。

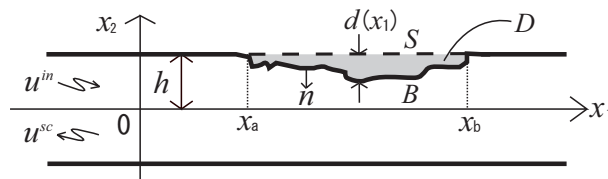


図-2 平板の減肉欠損

$$u^{sc}(x) = - \int_B G(x, y) t(y) - \frac{\partial G(x, y)}{\partial n_y} u(y) dS \quad (2)$$

ここで、 $G(x, y)$ は式(1)と境界 S での境界条件を満足するGreen関数であり、式(3)で表される。

$$G(x, y) = U(x, y) + P(x, y) \quad (3)$$

$U(x, y)$ は無限領域での基本解であり、 $P(x, y)$ は平板の上下面からの反射波に対応する解である。詳しい式の誘導は省略するが、Green関数のガイド波成分は $P(x, y)$ に含まれており、散乱波の受信点 x が欠損 D から十分離れているとすると、Green関数 $G(x, y)$ は次のようにガイド波の各モードの和によって表される。

$$G(x, y) = \left[\frac{-1}{4ih\xi} \cos qx_2 \cos qy_2 e^{i\xi|x_1-y_1|} \Big|_{qh=0} + \sum_{n=1}^N \frac{-1}{2ih\xi} \cos qx_2 \cos qy_2 e^{i\xi|x_1-y_1|} \Big|_{qh=n\pi} + \sum_{n=1}^N \frac{-1}{2ih\xi} \sin qx_2 \sin qy_2 e^{i\xi|x_1-y_1|} \Big|_{qh=n\pi+\frac{1}{2}} \right] \quad (4)$$

Key Words: 超音波探傷, ガイド波, SH板波, 平板, 減肉評価, 逆解析

〒152-8552 東京都目黒区大岡山 2-12-1 TEL 03-5734-3587 FAX 03-5734-3587

反射波のガイド波成分は式 (4) を式 (2) に代入することによって得られる. 例えば反射波のガイド波の内, 対称 1 次モード成分は式 (4) の右辺第 2 項の $n = 1$ の項を式 (2) に代入して

$$u^{sc}(x) \approx \underbrace{\frac{i}{2h\xi} \int_B \frac{\partial}{\partial n_y} (\cos qy_2 e^{i\xi y_1}) u(y) dS}_{R^{s1}} \times \cos qx_2 e^{i\xi x_1} \Big|_{qh=\pi} \quad (5)$$

ここに, 境界 B では応力がゼロという境界条件を用いた. また, R^{s1} は対称 1 次モードの反射係数である.

3. 逆解析の定式化

図-2 に示すように平板の左側からあるモードのガイド波を入射し, 減肉欠損部で散乱された同じモードの反射係数がある周波数領域で得たとして, 反射係数から減肉欠損部の形状を再現する逆問題を考える. 減肉欠損は $x_a \leq x_1 \leq x_b$ の範囲で板上から $d(x_1)$ だけ板厚が減少しているとする. ただし $d(x_1)$ は板厚 $2h$ に比べて十分小さいものとする. このとき, 入射波 u^{in} に比べて散乱波 u^{sc} は小さいと考えられるので, 式 (5) における反射係数に含まれる全変位 u は入射波の変位 u^{in} で近似することができるであろう. 今, 振幅 A^{in} を持つ対称 1 次モードのガイド波 $u^{in} = A^{in} \cos qx_2 e^{-i\xi x_1} \Big|_{qh=\pi}$ を入射したとすると, 同じモードの反射係数 R^{s1} は次のように書ける.

$$\begin{aligned} R^{s1} &= \frac{iA^{in}}{2h\xi} \int_B \frac{\partial}{\partial n_y} (\cos qy_2 e^{i\xi y_1}) \cos qy_2 e^{i\xi y_1} dS \\ &= \frac{iA^{in}}{2h\xi} \int_D \left\{ \left[\frac{\partial}{\partial y_i} (\cos qy_2 e^{i\xi y_1}) \right]^2 - k_T^2 [\cos qy_2 e^{i\xi y_1}]^2 \right\} dV \\ &= -\frac{iA^{in}}{2h} \int_{x_a}^{x_b} \int_{h-d(y_1)}^h \frac{\xi^2 + k_T^2 \cos 2qy_2}{\xi} dy_2 e^{2i\xi y_1} dy_1 \end{aligned}$$

$qh = \pi$ であり, 上記の仮定から $(d(y_1)/h \ll 1)$ とすると

$$R^{s1} \approx -\frac{iA^{in}}{2h} \frac{\xi^2 + k_T^2}{\xi} \int_{-\infty}^{\infty} d(y_1) e^{2i\xi y_1} dy_1 \quad (6)$$

となる, 上式をフーリエ逆変換すると

$$d(y_1) = \frac{ih}{\pi A^{in}} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\xi}{\xi^2 + k_T^2} R^{s1} e^{-2i\xi y_1} d\xi \quad (7)$$

となる, Mode exciting method¹⁾ によって得られた反射係数 R^{s1} を上式に代入することにより, 減肉欠損部の形状関数 $d(y_1)$ を求めることができる.

4. 逆解析の結果

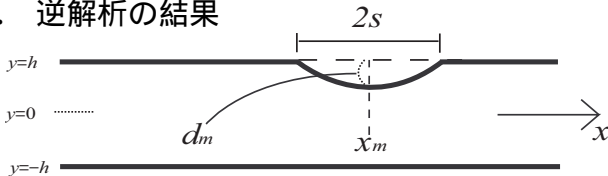


図-3 減肉欠損のモデル

図-3 のように平板の減肉欠損形状 $d(x)$ を sin 曲線で模擬する. 中心位置を x_m とし, 欠損の幅を $2s$, 中心での欠損の深さを dm とする.

図-4 の逆解析 A の結果は, 入力した中心位置 x を x_m の値に応じて変化させたものである, d/h が大きくなっている区間が移動しており, この逆解析によって欠損位置が推定できることがわかる. 逆解析 B では欠損部の長さ s を変

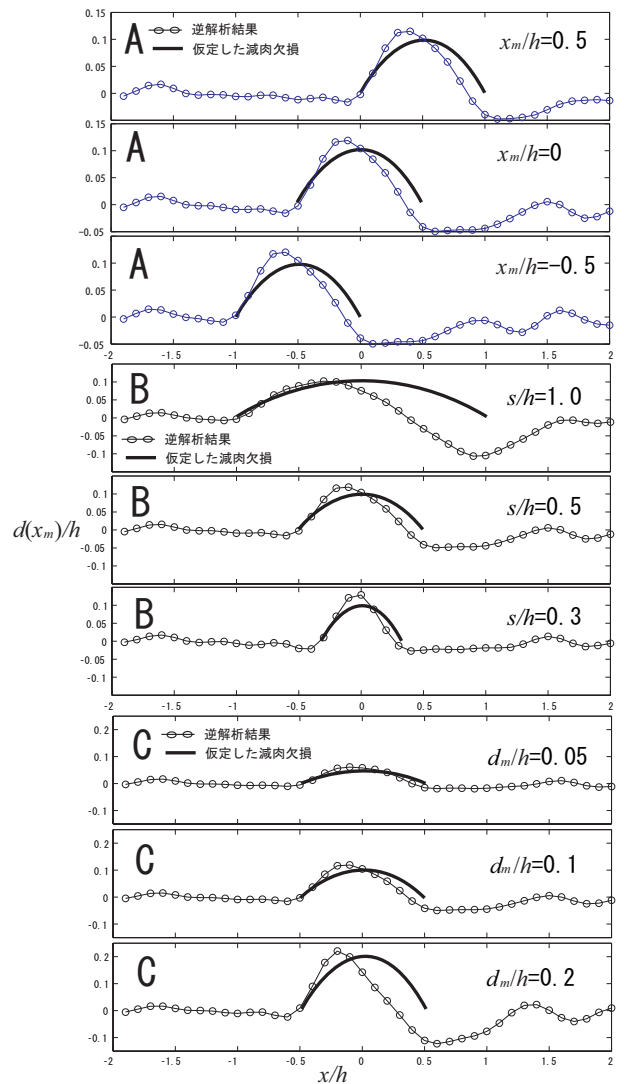


図-4 様々な減肉欠損形状に対する逆解析の結果

化させている. s が長くなると再現された d の分布も長くなっている. しかしながら, 欠損部の右側では負の値を示している. 逆解析 C では減肉欠損の深さ dm を変化させている, dm は仮定した値とよい相関関係にあるが, 欠損部の右側での解の精度はあまり良くない. その原因は, 左側からの入射波を仮定し, 反射波を用いて逆解析しているため, 欠損の右側の正確な値が得ることができないからだと考えられる.

5. 結論

本研究では, 対称 1 次モードのガイド波送受信を行ったと仮定し, 数値シミュレーションにより得られた反射係数から平板の減肉欠損部形状の評価の再現を試みた. 入射波側ではない欠損の形状は, 正確な形状を再現できなかったものの, 欠損部の位置, 長さ, 深さを変化させると, それに呼応した形状を推定することが出来た. 今後, 別のガイド波のモードや周波数領域のデータを用いて逆解析を行い, 精度の向上を図る必要がある.

参考文献

- 1) Arief Gunawan, Analysis and Experiment on Propagation and scattering of guided waves, Doctoral Thesis, Tokyo Institute of Technology, 2005.