

面外波動を考慮した非線形超音波法における高調波励起シミュレーション

○福井大学大学院 正会員 斎藤隆泰
愛媛大学大学院 正会員 中畑和之
東京工業大学大学院 正会員 廣瀬壮一

1. はじめに

近年, 閉じたき裂や微視欠陥等に対する超音波非破壊評価手法として, 非線形超音波法¹⁾が注目を集めている. 非線形超音波法とは, それらの欠陥と入射超音波の相互作用により引き起こされる超音波の非線形特性を手がかりに, 欠陥の有無を診断する新しい非破壊検査手法であり, 従来の線形超音波法では検出できないナノメートルオーダーの欠陥をも検出できる可能性を秘めた手法である. しかしながら, その非線形超音波法に対する理論は未だ確立されておらず, 定量的評価のためには, その理論の構築が必要不可欠である. そこで, 本研究では, 時間領域境界要素法(BEM)を用いて固体と固体の界面を透過した際に励起される高調波の発生シミュレーションを行う.

2. 解くべき問題と時間領域 BEM

図1のような固体材料 D_1, D_2 の, 不完全部 d を含んだ接合界面 S_1, S_2 を透過する超音波の非線形現象のシミュレーションについて考えよう. 簡単のため, 変位 u や対応する表面力 p は, 面外方向成分を対象とする. 領域 D_1 側から入射した超音波 u^{in} は, 界面を通して一部は反射し, 一部は透過する. このとき, 解くべき問題は, この透過波の時刻歴応答を決定する問題へと帰着される. 一般に, 時間領域において, 面外波動場 u は, 次の支配方程式を満たす.

$$\nabla^2 u = \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} \quad (1)$$

ここで, c は波速, t は時間を表す.

さて, 無限領域を含む波動の散乱問題では, 有限要素法のような領域型解法よりも, 非領域型解法である境界要素法が適している. 実際に, 図1のモデルを境界要素法で解析する場合は, 各領域に対して界面 S_1, S_2 のみの要素分割・離散化を行えばよい. 領域 D_1, D_2 における各物理量を添え字 I, II で対応させれば, 時間領域境界積分方程式は, 各領域に対して次のように表わせる.

$$C(x)u^I(x, t) = u^{\text{in}}(x, t) + \int_{S_1} G(x, y, t) * p^I(y, t) dS_y - \int_{S_1} H(x, y, t) * u^I(y, t) dS_y : \text{領域 1} \quad (2)$$

$$C(x)u^{II}(x, t) = \int_{S_2} G(x, y, t) * p^{II}(y, t) dS_y - \int_{S_2} H(x, y, t) * u^{II}(y, t) dS_y : \text{領域 2} \quad (3)$$

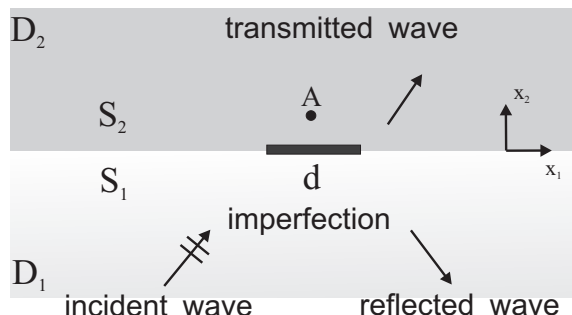


図1 固体-固体接合界面における反射・透過モデル

ここで, C は境界に依存する自由項であり, $*$ は線込み積分を表す. また, $G(x, y, t), H(x, y, t)$ は面外波動問題における時間領域基本解および対応する二重層核を表す²⁾.

通常の時間領域境界要素法を用いて式(2), (3)を数値的に安定に解くためには, 波動が1ステップに進む距離を要素長程度にとらねばならない. しかしながら, 領域 D_1, D_2 で材料が異なる場合は, 境界 S_1, S_2 において要素長が一定であるものの, 各領域において波速が異なる. そのため, 通常の時間領域境界要素法の数値安定条件を満足させることは厳しくなり, 解が不安定になりやすくなる. そこで, 本研究では, 線込み積分を安定に計算できるLubichの演算子積分法を用いる. 演算子積分法を用いることで, 波動が1ステップに進む距離を要素長に対して小さくすることが可能となり, 計算を安定に進めることが可能となる. 演算子積分法を用いて式(2), (3)を離散化し, 第 n ステップにおける未知量を左辺に, 既知量を右辺に移行すれば, 各領域に対して, それぞれ次の式が成り立つ.

$$\sum_{j=1}^M \left[\left\{ \frac{1}{2} \delta_{ij} + B_j^0(x_i) \right\} u_j^I(n\Delta t) - A_j^0(x_i) p_j^I(n\Delta t) \right] = u^{\text{in}}(x_i, n\Delta t) + \sum_{j=1}^M \sum_{k=1}^{n-1} [A_j^{n-k}(x_i) p_j^I(k\Delta t) - B_j^{n-k}(x_i) u_j^I(k\Delta t)] \quad (4)$$

$$\sum_{j=1}^M \left[\left\{ \frac{1}{2} \delta_{ij} + B_j^0(x_i) \right\} u_j^{II}(n\Delta t) - A_j^0(x_i) p_j^{II}(n\Delta t) \right] = \sum_{j=1}^M \sum_{k=1}^{n-1} [A_j^{n-k}(x_i) p_j^{II}(k\Delta t) - B_j^{n-k}(x_i) u_j^{II}(k\Delta t)] \quad (5)$$

ここで δ_{ij} はクロネッカーデルタを表し, i, j はそれぞれ観

Key Words: 非線形超音波法, 境界要素法, 高調波

〒910-8507 福井県福井市文京 3-9-1

測点, ソース点を表す指標である. また, Δt は時間増分を, $A_j^m(x_i)$, $B_j^m(x_i)$ は影響関数を表し,

$$A_j^m(x) = \frac{R^{-m}}{L} \sum_{l=0}^{L-1} \int_S \hat{G}(x_i, y_j, s_l) e^{\frac{-2\pi i m l}{L}} dS_y \quad (6)$$

$$B_j^m(x) = \frac{R^{-m}}{L} \sum_{l=0}^{L-1} \int_S \hat{H}(x_i, y_j, s_l) e^{\frac{-2\pi i m l}{L}} dS_y \quad (7)$$

で定義される. ここで, S は S_1 または S_2 であり, R, L, s_l は演算子積分法に関するパラメータである (詳細は文献³⁾を参照). また, $\hat{G}(x, y, s)$, $\hat{H}(x, y, s)$ はラプラス変換域における時間領域面外波動問題における基本解, および対応する二重層核であり, i は虚数単位を表す.

最終的に, 境界 S_1, S_2 上の未知量は, 式 (4), (5) と各時刻における境界条件を連立し, 方程式を解くことで求めることができる. 境界未知量が求まれば, 各領域内の反射・透過波は, 式 (2), (3) を用いて容易に求めることができる.

3. 接合界面における境界条件

界面において, d 以外の完全結合部分については, 変位, 表面力はいずれの時刻においても連続とする. 一方, 不完全全部 d については, 次の2つの条件を課す. すなわち, 滑りを許容したスリップ状態と, 滑りの起こらないスティック状態である. ただし, スティック状態は変位の不連続を含んだ状態であり, 完全結合とは異なることに注意する. このような不完全全部における2つの境界条件を, 各時間ステップ毎に次のような規則に基づいて決定し, 計算を進める.

- 表面力 t がある値 μN を超えた場合に, 境界条件はスリップ状態へと変化する.
- 向かい合う界面の相対変位の速度がゼロとなった場合に, 境界条件はスティック状態へと変化する.
- スリップする向きが変わる場合には, スティック状態を経た後にスリップすることとする.

各時間ステップにおいて, 不完全全部における全ての境界要素が, スティック・またはスリップ状態と確定するまで, いずれかの境界条件にしたがって, 式 (4) と (5) を繰り返し計算する. そのため, 各ステップにおいて, 式 (4) と (5) から形成される最終的な解くべき方程式の係数行列も時々刻々と変化していくことに注意する.

4. 数値解析例

以下では, D_1 を鋼, D_2 をアルミニウムとした場合の数値解析例を示す. それぞれの密度 ρ , 波速 c は, $\rho^I = 7690 \text{ kg/m}^3$, $c^I = 3100 \text{ m/s}$ および $\rho^{II} = 2700 \text{ kg/m}^3$, $c^{II} = 3040 \text{ m/s}$ である. 入射波は接合界面に垂直に入射するとし, 振幅 10 nm , 中心周波数 4 MHz の5波のバースト波を与えた. なお, 不完全全部 d の長さを 2 mm , 初期の不完全全部の境界条件をスティック状態で与えた. 図2は, 図1におけるA点 ($0, 2 \text{ mm}$) における透過波の時刻歴応答を表している. 比較のため, 不完全

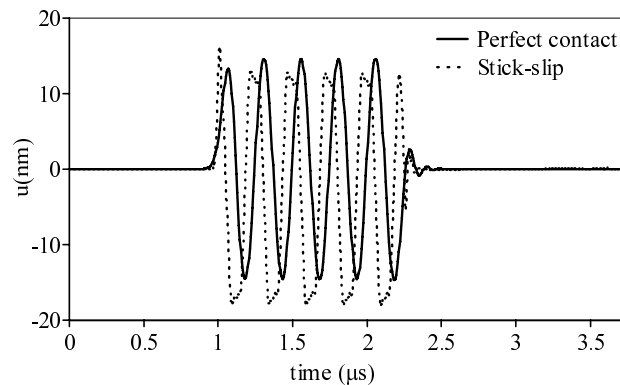


図2 A点における透過波の時刻歴応答

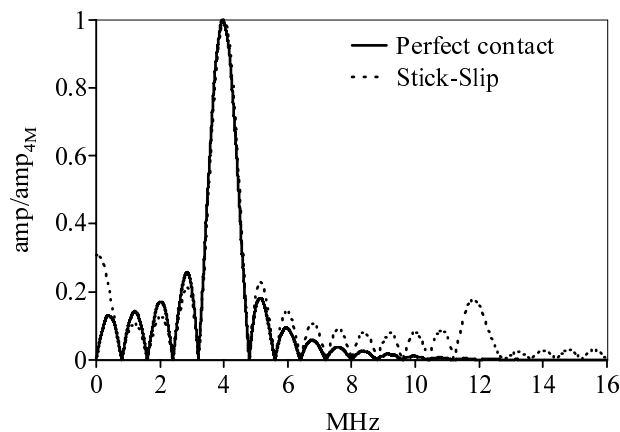


図3 透過波のフーリエスペクトル

部を含まない場合の結果を実線で示している. 不完全全部を含まない, 完全結合の場合と比べて, 不完全全部を含む場合の透過波は, 波形がひずみ, 非線形効果を確認することができる. 一方, 図3は, 図2の透過波より得られるフーリエスペクトルを示している. ただし, それぞれのグラフは 4 MHz の応答値で正規化していることに注意されたい. 入射波の中心周波数が 4 MHz であることから, フーリエスペクトルは 4 MHz で卓越している. 不完全全部を含まない場合は, それ以外の目立ったピークはみられない. しかしながら, 界面に不完全全部を含む場合は, 12 MHz においてピークが見られ, 二次高調波成分を励起できたことがわかる.

5. おわりに

面外波動を用いて, 非線形超音波法の数値シミュレーションを行った. 安定な演算子積分時間領域境界要素法を用いて, 不完全接合部にスティック・スリップ現象のモデル化を考慮することにより, 二次高調波を励起することができた. また, 接合界面に空隙幅依存モデルを考慮した非線形超音波の数値シミュレーションも可能である. 本報告の詳細と共に, それらの結果も発表当日報告する予定である.

参考文献

- 1) 非破壊検査, 検査と材料評価, 特集 非線形超音波法による非破壊検査・評価, Vol.56, 社団法人日本非破壊検査協会, (2007).
- 2) 小林昭一編著: 波動解析と境界要素法, 京都大学学術出版会, (2000).
- 3) Lubich, C.: Convolution quadrature and discretized operational calculus I, *Numer. Math.*, **52**, pp. 129–145, (1988).