格子ボルツマン法と個別要素法の連成解析による貯留層内における砂粒子の挙動

京都大学大学院　学生会員　○大槻　敏
京都大学大学院　正会員　　松岡　俊文

1. はじめに

出砂は，流体地下資源の採収に伴い貯留層内の砂粒子が流体に伴って移動し，やがて坑井内に流入する現象である．この現象は，地盤が未固結砂岩である場合や過大なドロー・ダウンの下で石油が生産される場合に起こりやすいと言われている．また出砂は，パイプを閉塞し生産量の低下を引き起こすことや，坑内および地上機器に大きな損傷を与えることがある．従って，最適な生産条件を考える上で，出砂のメカニズム解明は重要であると考えられる．本研究では，格子ボルツマン法（LBM; lattice Boltzmann method）と個別要素法（DEM; discrete element method）による固体流体連成解析によって，パーフォレーション周辺における砂粒子の詳細な挙動をシミュレートすることを試みた．Fig.1 の枠内は，本研究における対象領域を示している．

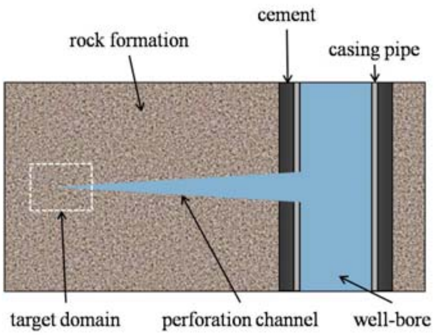
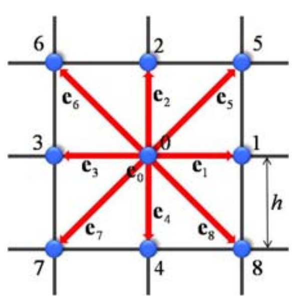


Fig.1　貯留層中のパーフォレーション・トンネル



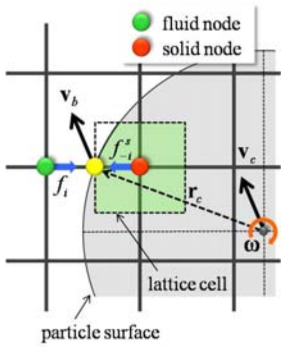


Fig.2　D2Q9 モデル　Fig.3　固体流体の相互作用

2. 数値解析手法

2.1　格子ボルツマン法

格子ボルツマン法は，仮想的な流体粒子の密度分布関数の発展方程式を解き，流体運動を解析する手法である．また，計算領域は格子によって空間的に離散化されており，本研究では，衝突項や速度モデルそれぞれに対して，BGK モデル [1]と 2 次元 9 速度モデルを用いている（Fig.2）．各タイムステップにおける密度分布関数の発展方程式は，次のように定式化される．

$$f_i(\mathbf{x}+\mathbf{e}_i\Delta t, t+\Delta t) = f_i(\mathbf{x},t) - \frac{\Delta t}{\tau}\left[f_i(\mathbf{x},t) - f_i^{eq}(\mathbf{x},t)\right] \qquad (1)$$

ここで，f_i：密度分布関数（9 方向），τ：緩和時間係数，f_i^{eq}：平衡分布関数，w_i：重み関数，C：格子間速度である．

$$f_0^{eq} = w_0\rho\left(1 - \frac{3}{2C^2}\mathbf{v}\cdot\mathbf{v}\right) \qquad (2a)$$

$$f_i^{eq} = w_i\rho\left(1 + \frac{3}{C^2}\mathbf{e}_i\cdot\mathbf{v} + \frac{9}{2C^4}(\mathbf{e}_i\cdot\mathbf{v})^2 - \frac{3}{2C^2}\mathbf{v}\cdot\mathbf{v}\right), (i = 1,\ldots,8) \qquad (2b)$$

$$w_0 = \frac{4}{9}, w_{1,2,3,4} = \frac{1}{9}, w_{5,6,7,8} = \frac{1}{36} \qquad (3)$$

$$C = \frac{h}{\Delta t} \qquad (4)$$

2.2　移動境界条件

本研究では，Noble らによって提案された移動境界条件を採用した（Fig.3）．[2),3)]この手法は，より滑らかな移動境界の計算が可能であり，式（1）は以下のように拡張される．

$$f_i(\mathbf{x}+\mathbf{e}_i\Delta t, t+\Delta t) = f_i(\mathbf{x},t) - \frac{\Delta t}{\tau}(1-\beta)\left[f_i(\mathbf{x},t) - f_i^{eq}(\mathbf{x},t)\right] + \beta f_i^m \qquad (5)$$

ここで，β：重み関数（lattice cell に対する固体粒子の占有率 γ）

$$\beta = \frac{\gamma(\tau-0.5)}{(1-\gamma)+(\tau-0.5)} \qquad (6)$$

キーワード　格子ボルツマン法，個別要素法，固体流体連成解析，出砂
連絡先　〒615-8540　京都市西京区京都大学桂 C1-1-118　京都大学大学院工学研究科　ＴＥＬ　075-383-3206

また，f_i^m：密度分布関数の非平衡成分のバウンスバックを考慮した衝突項）であり，次のように与えられる．

$$f_i^m = f_{-i}(\mathbf{x},t) - f_i(\mathbf{x},t) + f_i^{eq}(\rho,\mathbf{v}_b) - f_{-i}^{eq}(\rho,\mathbf{v}) \tag{7}$$

さらに固体粒子に作用する流体力とトルクは，次のように計算される．

$$\mathbf{F}_{fluid} = \frac{h^2}{\Delta t}\left[\sum_n\left(\beta_n \sum_i f_i^m \mathbf{e}_i\right)\right] \tag{8}$$

$$\mathbf{T}_{fluid} = \frac{h^2}{\Delta t}\left[\sum_n(\mathbf{x}_n - \mathbf{x}_c) \times \sum_n\left(\beta_n \sum_i f_i^m \mathbf{e}_i\right)\right] \tag{9}$$

ここで，n：固体粒子上の格子点の数である．

2.3　個別要素法

個別要素法[4]は大変形問題に有効であり，未固結地盤を微小な粒子の集合体とみなして，砂粒子の動力学的挙動をシミュレートすることができると考える．流体中の固体粒子に対する運動方程式は，次のように定式化される（本研究では，重力は無視している）．

$$m\mathbf{a} + c\mathbf{v} = \mathbf{F}_{solid} + \mathbf{F}_{fluid} \tag{10}$$

$$I\ddot{\boldsymbol{\theta}} = \mathbf{T}_{solid} + \mathbf{T}_{fluid} \tag{11}$$

ここで，m：粒子の質量，$\mathbf{a}, \mathbf{v}$：粒子の加速度および速度，c：減衰係数，I：慣性モーメント，$\ddot{\boldsymbol{\theta}}$：角加速度である．

3. 解析結果

3.1　流速分布と流体力

上述した手法を用いて出砂のシミュレーションを行なった．Fig.4 は，パーフォレーション先端部周辺における流速分布である．解析領域の左右に圧力差[5]を設定しており，左側から右側に流れが生じ，流体が粒子間のパスを通過していることが確認できる．また，パーフォレーション先端部において，流速が大きい傾向にあることがわかる．また粒子の色は，各粒子に作用する流体力の大きさを示している．パーフォレーション先端部周辺において流体力が増加している（stage2 参照）．流体流動のパスの変化とともに，流体力の分布は変化するが，先端部での持続的なアーチ作用が発現する．

3.2　粒子の変位

Fig.5 に示すように，パーフォレーション表面付近の全ての粒子は，内側に向かって変位している．パーフォレーション先端部では，アーチ効果により，粒子の変位は抑制されている．その一方で，アーチ効果の作用していない領域の粒子は，大きな変位が起こる．

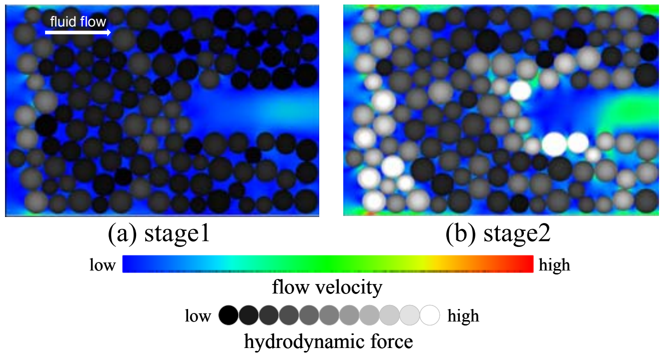


Fig.4　流速分布と粒子に作用する流体力

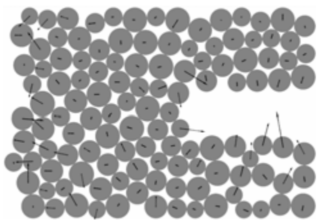


Fig.5　粒子の変位ベクトル

4. まとめ

本研究は，格子ボルツマン法と個別要素法をカップリングした手法を用いて，パーフォレーション付近での砂粒子の挙動評価を試みたものである．その結果，砂粒子間の流速分布および砂粒子に作用する流体力をシミュレートすることができた．今後の課題としては，未固結砂岩を構成する砂粒子の形状および粒度分布を考慮した粒子を適用する必要がある．また，シミュレーション結果に定量的な評価を与えることが不可欠である．さらに，この手法を 3 次元に拡張して，より実現象に近い解析を行なう予定である．

参考文献

1. Qian, Y. H., D. d'Humieres, P. Lallemand. 1992. Lattice BGK Models for Navier-Stokes Equation. *Europhys. Lett.*, 17 (6), 479-484.
2. Noble, D., and J. Torczynski. 1998. A lattice Boltzmann method for partially saturated computational cells. *International Journal of Modern Physics C.* 1998, 9, 1189-1201.
3. Han, K., Y. T. Feng, and D. R. J. Owen. 2007. Coupled lattice Boltzmann and discrete element modelling of fluid-particle interaction problems. *Computers and Structures* 85 (2007) 1080-1088.
4. Cundall, P. A., and O. D. L. Strack. 1979. A discrete numerical model for granular assemblies. *Geotechnique* 1979; 29 (1), 47-65.
5. Zou, Q., and X. He. 1997. On pressure and velocity boundary conditions for the lattice Boltzmann BGK model. *Physics of fluids*. Vol.9, No.6, 1591-1598.