

無限高架構造における波動伝播解析

新潟大学大学院自然科学研究科 学生員 佐成屋 淳
 新潟大学工学部建設学科 正会員 阿部 和久
 新潟大学大学院自然科学研究科 正会員 紅露 一寛

1. はじめに

列車走行により発生する軌道振動の動特性を把握することは、列車の走行安定性や地盤の振動低減などの観点から重要である。

本研究では、無限高架構造を対象に、その波動伝播特性について調べる。具体的には無限長の周期高架構造をはりモデルで離散化し、それを構成する 1unit に対し Floquet 原理を適用して伝播モードを抽出¹⁾し、その動的挙動を把握する。

2. Floquet 原理

無限長の周期構造内を伝播して行く波動の変位モード $\tilde{u}$ は、一般に次式を満たす。

$$\tilde{u}(\tilde{x} + L, \kappa) = e^{-i\kappa L} \tilde{u}(\tilde{x}, \kappa), \quad (\text{第2種周期性}) \quad (1)$$

ここで、 $\tilde{x}$ は $(-L/2, L/2)$ の区間内の実数、 L は構造物の周期長、 κ は Floquet 波数である。式 (1) を Floquet 原理という。

3. Floquet 原理に基づく自由振動解析

Floquet 原理より、無限周期構造の自由振動問題は、それを構成する 1unit 上で定義された有限領域の力学問題に帰着される。そこで図 1 の様な軌道系モデルに対し、周期長 L の下で与えられる 1 unit を抽出する。無限軌道系の自由振動問題に Floquet 原理を適用すると、離散化の後、unit 端点の節点変位 ($\tilde{\mathbf{u}}_1, \tilde{\mathbf{u}}_3$) に式 (1) の第 2 種周期性を課すことで、最終的に次の固有値問題を得る。

$$\begin{bmatrix} \mathbf{K}_{11} + \mathbf{K}_{33} + 2\mathbf{K}_{13} \cos \kappa L & \mathbf{K}_{12} + \mathbf{K}_{23} e^{i\kappa L} \\ \mathbf{K}_{21} + \mathbf{K}_{23} e^{-i\kappa L} & \mathbf{K}_{22} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \tilde{\mathbf{u}}_1 \\ \tilde{\mathbf{u}}_2 \end{Bmatrix} = \omega^2 \begin{bmatrix} \mathbf{M}_{11} + \mathbf{M}_{33} + 2\mathbf{M}_{13} \cos \kappa L & \mathbf{M}_{12} + \mathbf{M}_{23} e^{i\kappa L} \\ \mathbf{M}_{21} + \mathbf{M}_{23} e^{-i\kappa L} & \mathbf{M}_{22} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \tilde{\mathbf{u}}_1 \\ \tilde{\mathbf{u}}_2 \end{Bmatrix} \quad (2)$$

ここで、 $\tilde{\mathbf{u}}_2$ は節点の内、左右両端点以外の節点変位ベクトル、 $\mathbf{K}_{ij}, \mathbf{M}_{ij}$ は各々剛性行列と質量行列の部分行列、 ω は円振動数である。

この固有値問題において κ を $(-\pi/L, \pi/L)$ の区間で走査し、固有振動数 ω について解くことで波動の分散関係を求めることが可能となる。

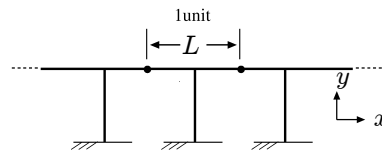
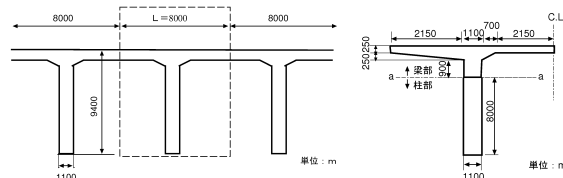


図 1 周期構造とユニット



縦断面図

横断面図

図 2 連続高架橋

表 1 各部材の物性値

	梁部	柱部
曲げ剛性 EI [$\text{N} \cdot \text{m}^2$]	1.3×10^{10}	3.17×10^9
伸び剛性 EA [N]	8.18×10^{10}	3.15×10^{10}
断面積 A [m^2]	3.15	1.21
質量密度 ρ [kg/m^3]	2500	2500
せん断係数 K	0.045	0.67

4. 解析結果

(1) 解析条件

本研究では、図 2 に示す様な連続高架橋を想定し解析を行った。解析では対称条件より、図に示す横断面左半分を対象とし、表 1 の様に各種物性値を設定した。

以下の解析では、桁や柱をはりモデルで与え、面内変形を対象とする。なお、その際に部材を Euler ばりとしたものと、Timoshenko ばりとしたものについて解析し、それらのモデル化が結果に及ぼす影響を確認する。前者による際には、たわみを 3 次 Hermite 補間、断面回転角を 3 節点 2 次補間で近似する TIM7 要素を用いた。一方、後者による離散化では、3 次 Hermite 補間による一般的なはり要素を用いている。離散化に関しては精度を確認の上、1 unit に対して、桁部、柱部共に 16 要素で等分割した。また、柱下端は水平・鉛直変位を拘束し、完全固定、ヒンジの 2 ケースを設定した。

(2) 分散曲線

柱下端をヒンジ固定した場合を対象に、以上の様に求めた分散曲線を図 3 に示す。なお、高架橋の各部材を Timoshenko ばりで与えている。図は縦軸を周波数 (Hz) で示した。各曲線のバンド端における変形モードを図 4 に示す。

keywords : 高架橋, Floquet 原理, 波動伝播特性
 連絡先 : 950-2181 新潟市西区五十嵐二の町 8050 番地
 TEL 025 (262) 7028 FAX 025 (262) 7021

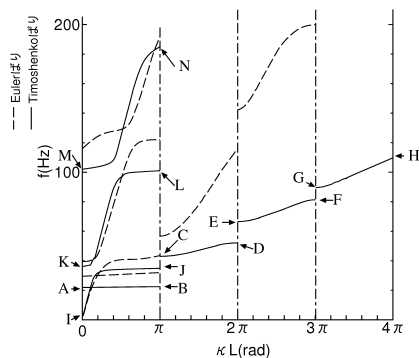


図3 はりモデルの違いが分散曲線に及ぼす影響

図4より、図3の分散曲線は大きく2種類に分類できることがわかる。まず1つ目(以下モード1)は、A-B, C-D, E-F, G-Hの一連のものである。これらのモードでは、主に桁のたわみが支配的となっており、それに比べて柱はほとんどたわんでいない。また、波数 k の値に対応して桁のたわみ波形が変化している様子が確認できる。ただし、 $k=0$ (A)において、はりにたわみ変形を生じていることがわかる。これは k があくまで主要波数であり、他の波数成分も応答に含まれていることを意味する。さらに、 $k=\pi, 2\pi, 3\pi$ において分散曲線が不連続となっており、分散曲線の存在しない周波数帯が離散的に分布している。これらの周波数域では、無限遠方まで伝播していくモードが存在せず、ストップバンドと呼ばれる周波数帯を与える。一方、伝播モードの分散曲線が存在している周波数帯をパスバンドと呼ぶ。分散曲線の不連続点において、桁のたわみ波形は、同一波数(波長)の下で柱との接合部を節とするモードからそれを腹とするモードに遷移している様子が図4より確認でき、これに伴う振動数のジャンプがストップバンドを形成していることが理解できる。これら一連のモードが桁のたわみを特徴としていることから、列車走行による鉛直荷重の作用下では当該モードが惹起される可能性が高いものと考えられる。

もう1つのモード群(以下モード2)は、図3においてI-J, K-L, M-Nで示されているものである。図4より、これらのモードは、上述のモードと逆に、桁にたわみはほとんど生じず、主に柱がたわむものとなっていることがわかる。いずれも $k \leq \pi$ にのみ存在するモードとなっているが、桁のたわみを伴わないものであることから、列車走行に起因して発生する恐れは前のモードと比べ低いものと思われる。

(3) Euler ばりの適用限界

Euler ばりは Timoshenko ばりに比べ定式化が簡易なため、離散化で採用する利点は大きい。そこで、本問題における適用可能な範囲を見極める目的で、モデルによる違いが結果に及ぼす影響を調べた。図3より、Timoshenko ばり

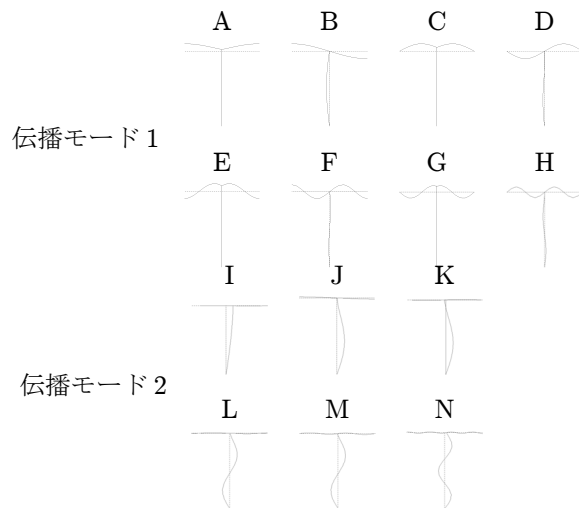


図4 伝播モード

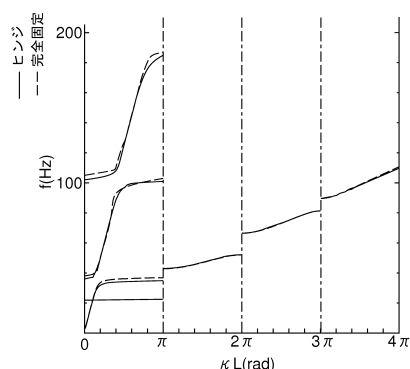


図5 柱下端の固定方法が分散曲線に及ぼす影響

りでモデル化した場合との差異は、一般に高周波数域程顕著に現れることが確認できる。特にモード1ではモデル化の影響が大きく、全ての波数に対して有意な差が認められる。 $k=0$ におけるモードAの下でも、桁はたわみ変形を受けており、せん断たわみの影響が無視し得ないことがわかる。これらのことから、ここで対象とした高架橋の振動応答に関して、Euler ばりによるモデル化は望ましくないことが結論付けられる。

(4) 柱下端の固定方法の違いが結果に及ぼす影響

柱下端の扱いの違いが分散曲線に及ぼす影響を図5に示す。なお、図はTimoshenko ばりで離散化した場合である。柱下端の影響は、はりのモデル化のそれに比べて非常に小さい。このことより、少なくとも本モデルに関する限り、高架橋内を伝播する波動モードの把握において、基礎部のモデル化は重要とならないことがわかる。

5. おわりに

連続高架橋内を伝播する波動モードについて調べた。その結果、ここで対象とした高架橋においては、主に2種類のモード群が存在することがわかった。

参考文献

- 1) 阿部和久, 古屋卓稔, 紅露一寛: まくらぎ支持された無限長レールの波動伝播解析, 応用力学論文集, 10, 1029-1036, 2007.