# Cohesive crack モデルを用いた動的破壊有限要素解析

中央大学大学院　学生員　○ 岩田　暁
東北大学大学院　正会員　車谷　麻緒
東北大学大学院　正会員　寺田　賢二郎
中央大学　正会員　樫山　和男

## 1. はじめに

構造物の破壊現象を数値解析により把握するためには，構造材料として広く用いられるコンクリートの力学的挙動を正確に評価する必要がある．コンクリートのような脆性材料でかつ非均質複合材料のひび割れ進展を解析するためには，母材・介在物の破壊や界面剥離が考慮できる解析手法が必要である．さらに，このような破壊現象を再現するためには，ひび割れ先端部における破壊進行領域の力学的挙動を評価する必要がある

本研究は，文献 1) のひび割れ進展解析手法を動的問題に拡張することを目的としている．本論文では，その基礎的研究として，構造物を微小変形の 2 次元弾性体として扱い，界面にあらかじめ二重節点を配置し，その二重節点間の界面にペナルティ法を適用した．また，ひび割れ先端部の力学的挙動の評価に Cohesive crack model を適用し界面の剥離を追跡した．なお，有限要素としては定ひずみ三角形要素を用いた．

## 2. 数値解析手法

### (1) 基礎方程式

弾性体に基づく基礎方程式を以下に示す．

つりあい条件式

$$\partial^{\mathrm{T}}\boldsymbol{\sigma} - \rho\ddot{\boldsymbol{u}} + \boldsymbol{b} = \boldsymbol{0} \tag{1}$$

変位-ひずみ関係式

$$\boldsymbol{\varepsilon} = \partial\boldsymbol{u} \tag{2}$$

応力-ひずみ関係式

$$\boldsymbol{\sigma} = \boldsymbol{D}\boldsymbol{\varepsilon} \tag{3}$$

### (2) 界面剥離の判定

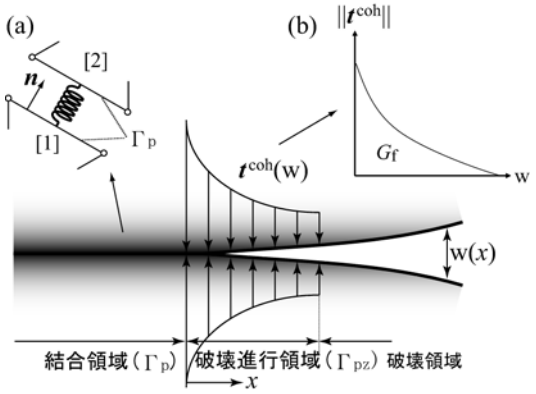
材料界面の破壊の発生については，界面での表面力を用いて評価する．本論文では，ペナルティ法を用いて材料界面 $\Gamma_{\mathrm{p}}$ の連続条件を近似しているので，界面での表面力 $\boldsymbol{t}_{\mathrm{p}}$ は相対変位を用いて次の式 (4) で求められる．

$$\boldsymbol{t}_{\mathrm{p}} = \bar{p}(\boldsymbol{u}^{[1]} - \boldsymbol{u}^{[2]}) \tag{4}$$

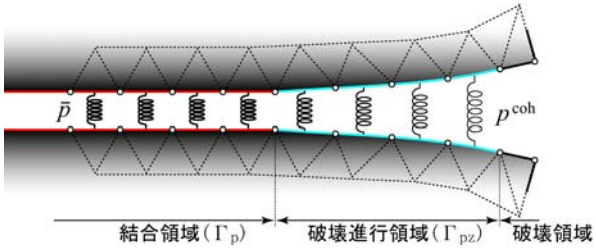
ここで，ペナルティ係数 $\bar{p}$ は構成材料のヤング率の $10^4$～$10^6$ の値を用いる．$\boldsymbol{u}^{[1]}$，$\boldsymbol{u}^{[2]}$ は図-1(a) に示す不連続面における変位である．そして，この表面力 $\boldsymbol{t}_{\mathrm{p}}$ と外向き法線ベクトル $\boldsymbol{n}$ を用いて次の式 (5) を満たした場合に界面剥離の発生とした．

$$\boldsymbol{t}_{\mathrm{p}} \cdot \boldsymbol{n} > 0 \quad \text{and} \quad ||\boldsymbol{t}_{\mathrm{p}}|| \geq \mathrm{t_s} \tag{5}$$

ここで，$t_s$ は引張強度を示す．




図－1




図－2

### (3) Cohesive crack model

ひび割れ先端部における破壊進行領域の力学的挙動のモデル化に Cohesive crack model を用いる．Cohesive crack model は，十分に開口していないひび割れ面の応力伝達を，結合力でモデル化するものである．図-1(b) に示すような実験結果に基づく非線形な表面力－開口変位関係を結合力として与える．本論文で用いた表面力－開口変位関係は次式 (6) の通りである．

$$\left|\left|\boldsymbol{t}^{\mathrm{coh}}(\mathrm{w})\right|\right| = f_{\mathrm{t}}\exp\left(-\frac{f_{\mathrm{t}}}{G_{\mathrm{f}}}\mathrm{w}\right) \quad \text{on} \quad \Gamma_{\mathrm{PZ}} \tag{6}$$

ここで，w は不連続面における相対変位を表す．

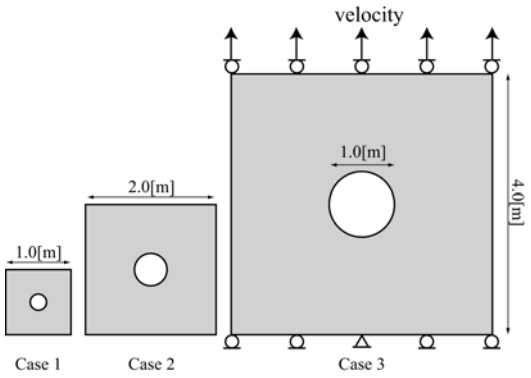
$$\mathrm{w} := ||\boldsymbol{u}^{[1]} - \boldsymbol{u}^{[2]}|| \tag{7}$$

次の式 (8) のように Cohesive crack model で与えられる結合力をばねの反力で置き換える[2)]．

$$\boldsymbol{t}^{\mathrm{coh}}(\mathrm{w}) = \mathrm{p}^{\mathrm{coh}}\mathrm{w} \tag{8}$$

ここで，$p^{\mathrm{coh}}$ は不連続面における相対変位間をつなぐばねの剛性となり，界面剥離後にペナルティ法によるばね剛性 $\bar{p}$ を Cohesive crack model によるばね剛性 $p^{\mathrm{coh}}$ に置き換える．図-2 に示す $\Gamma_{\mathrm{p}}$ がペナルティ法によるばね剛性が作用する区間，$\Gamma_{\mathrm{PZ}}$ が Cohesive crack model によるばね剛性が作用する区間となる．

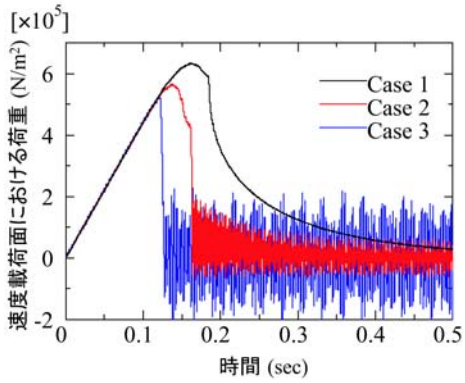
**KeyWords**：　有限要素法，Cohesive crack model，ひび割れ進展
**連絡先**：　〒112-8551 東京都文京区春日 1-13-27　TEL 03-3817-1815　Email iwata@civil.chuo-u.ac.jp



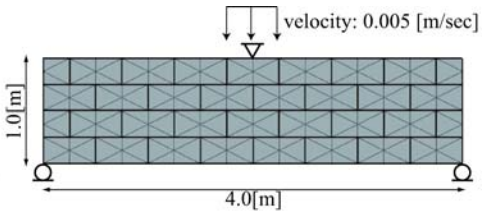

図－３　解析モデル

| | |
|---|---|
| ヤング率 [N/m$^2$] | $1.0 \times 10^{10}$ |
| ポアソン比 | 0.2 |
| 密度 [kg/m$^3$] | 2200 |
| 引張強度 [N/m$^2$] | $1.0 \times 10^{6}$ |
| 破壊エネルギー [N/m] | 75.0 |
| 微小時間増分 [sec] | $1.0 \times 10^{-6}$ |

表－１　解析条件



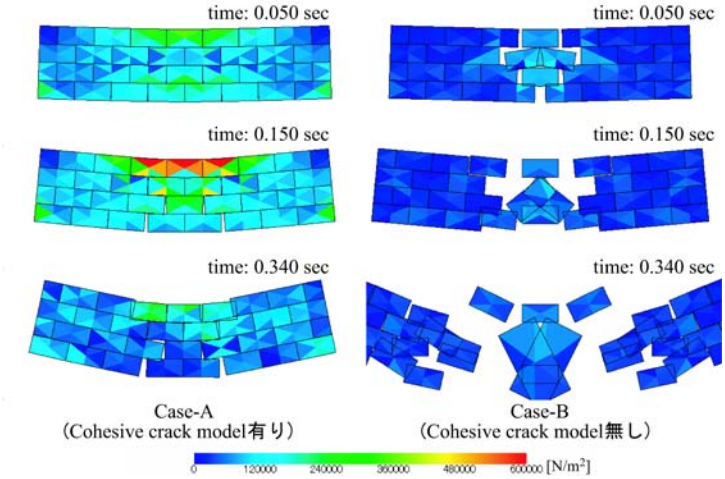

図－４　各寸法での速度載荷面における荷重の時刻歴




図－５　解析モデル

| | Case-A | Case-B |
|---|---|---|
| ヤング率 [N/m$^2$] | $5.0 \times 10^{9}$ | $5.0 \times 10^{9}$ |
| ポアソン比 | 0.07 | 0.07 |
| 密度 [kg/m$^3$] | 1800 | 1800 |
| 引張強度 [N/m$^2$] | $0.1 \times 10^{6}$ | $0.1 \times 10^{6}$ |
| 破壊エネルギー [N/m] | 40.0 | 0.0 |
| 微小時間増分 [sec] | $1.0 \times 10^{-6}$ | $1.0 \times 10^{-6}$ |

表－２　解析条件




図－６　変形と von-Mises の相当応力分布図

## 3.　数値解析例

### (1)　寸法効果の検証

既往の研究において，Coheisve crack model を用いることで，コンクリートに見られる寸法効果を再現可能であることが示されている．そこで，本解析手法による寸法効果再現性の検証を目的として，図-3 に示す中央に円孔を有し，寸法の異なる３つのモデルに対する破壊解析を行った．有限要素分割は等しく節点数 307 とし，ひずみ速度 0.0005/sec を上面に与えた．材料定数は表-1 に示す．

解析結果として，図-4 にそれぞれの寸法での速度載荷面における荷重の時刻歴を示す．これから，大きなモデルほどピーク強度が低くなり，より脆性的な挙動を示し，動的解析においても Cohesive crack model を適用することで，寸法効果を再現できていることがわかる．

### (2)　レンガ積み構造物における動的破壊問題の数値解析例

動的破壊解析の例題として，図-5 に示すレンガ積み構造物に対する３点曲げ問題を取り上げる．レンガ周りの界面に２重節点を配置し，上面中央のレンガに対して下向きに速度を与え続けレンガ構造の破壊解析を行った．ただし，剥離後のレンガの接触は考慮していない．材料定数は表-2 に示す．Case-A が Cohesive crack model を用いた場合，Case-B が用いない場合である．

解析結果として，図-6 に変形図と von-Mises の相当応力分布を示す．これより Case-A のように Cohesive crack model を用いることで，界面の剥離後も結合力が作用し，Case-B のように慣性力により構造物が分解することなく，妥当な結果を得ることができた．

## 4.　おわりに

本論文では，コンクリートや岩盤などの脆性材料の動的破壊解析手法の構築を行った．数値解析例を通して，動的解析に対してもひび割れ先端部の力学的挙動を再現することができた．今後の課題として，任意方向へのひび割れ進展[1)]，また破壊後の接触を考慮した解析手法の構築を行なう予定である．

### 参考文献

1)　車谷真緒，寺田賢二郎：節点積分有限要素法を応用した簡易な FEM ベースのひび割れ進展解析手法，Transactions of JSCES, Vol.2008, 20080002, 2008.
2)　車谷麻緒，寺田 賢二郎：Cohesive crack モデルに対する陽的近似アルゴリズムの提案とその性能評価，土木学会論文集 A，投稿中.