

# 準脆性材料の混合モード破壊に対するランキン型破壊基準の適用性について

JSPS 研究員・東北大学大学院 正会員 ○車谷 麻緒 東北大学 学生員 橋詰 知尚  
東北大学大学院 正会員 寺田 賢二郎 東北大学大学院 正会員 京谷 孝史

## 1. はじめに

準脆性材料の代表格であるコンクリートの破壊の大きな特徴は、①引っ張りに極めて弱いことと、②ひび割れ先端付近において、微細ひび割れ（軟化）を伴う破壊進行領域を形成しながらひび割れが進展することである。コンクリートの数値解析では、①に対してランキン型の破壊基準（最大主応力説）を適用し、②に対しては Cohesive crack モデルを適用するケースが多い。しかし、モードⅠ破壊のみを対象とするランキン型の破壊基準を用いて、モードⅠとモードⅡの混合モード破壊を再現できるかどうかを詳細に検討した例は見当たらない。

そこで本研究では、準脆性材料の混合モード破壊に対するランキン型破壊基準の適用性について検討する。具体的には、Cohesive crack モデル<sup>1)</sup>を導入した FEM をベースとする離散ひび割れ進展解析手法<sup>2)</sup>を用いて、混合モード破壊の実験結果<sup>3)</sup>に対する再現解析を行う。

## 2. FEM ベース離散ひび割れ進展解析手法

準脆性材料の混合モード破壊の再現解析を行うに当たり、本研究で用いる Cohesive crack モデルを導入した FEM ベースの離散ひび割れ進展解析手法を簡単に説明する。

### 2.1 破壊基準

検討対象であるランキン型の破壊基準を採用する。具体的には、ある点の最大主応力が引張強度に達したときに、その主方向に垂直な方向にひび割れが発生・進展するものと仮定する。

### 2.2 節点積分を応用した任意の離散ひび割れ進展

任意の離散ひび割れ進展に対して、FEM における節点積分近似を応用した節点ベースの離散ひび割れ進展アルゴリズム<sup>2)</sup>を適用する。具体的には、図-1 のように、節点応力  $\bar{\sigma}_N$  を用いてひび割れ進展経路を求めた後、その周囲の節点を利用してメッシュの再構築を行うことにより、容易に任意の離散ひび割れ進展を表現することができる。

### 2.3 Cohesive crack モデル

本研究では、破壊進行領域（FPZ）での力学挙動のモデル化に Cohesive crack モデルを適用する。Cohesive crack モデルは、図-2(a) に示されるように、FPZ における応力伝達の残る十分に開口していない損傷領域での力学挙動を、仮想ひび割れ上の結合力  $t^{\text{coh}}$  でモデル化するものであるが、本研究では、同図 (b) のように、数値解析の安定化を期待して、ひび割れ間をつなぐバネの剛性  $p^{\text{coh}}$  として Cohesive crack モデルを導入する<sup>1)</sup>。ここで、図-2 の  $g$  は相対変位

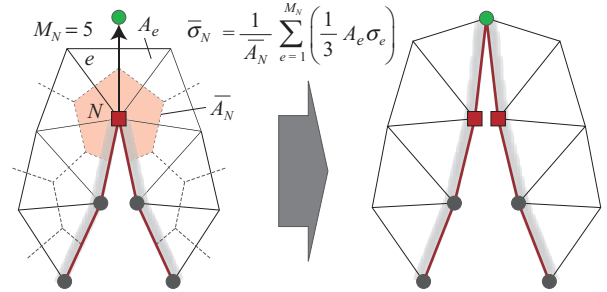


図-1 Discrete crack propagation using nodal-integration

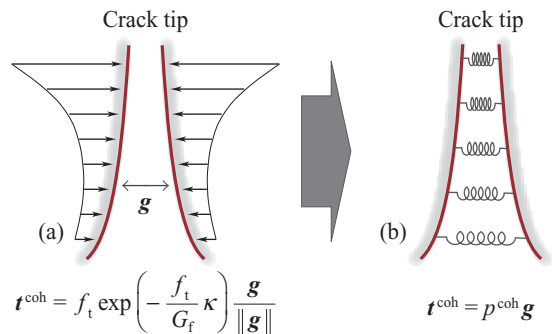


図-2 Traction-based and spring-based cohesive crack model

ベクトル、 $f_t$  は引張強度、 $G_f$  は破壊エネルギー、 $\kappa$  は載荷履歴における最大開口変位である。

### 2.4 弱形式とその解法

ひび割れ間のバネに Cohesive crack モデルを導入した弱形式のつり合い方程式は次式となる。

$$\int_{\Omega} \nabla \delta u : c : \nabla u \, d\Omega + \underbrace{\int_{\Gamma_{PZ}} p^{\text{coh}} \delta g \cdot g \, d\Gamma}_{\text{Cohesive crack term}} = \int_{\Omega} \delta u \cdot \bar{b} \, d\Omega + \int_{\Gamma_t} \delta u \cdot \bar{t} \, d\Gamma \quad \forall \delta u \quad (\forall \delta g) \quad (1)$$

ここで、 $\Omega$  は全体領域、 $\Gamma_{PZ}$  は破壊進行領域を表す境界、 $\Gamma_u$  は Dirichlet 境界、 $\Gamma_t$  は Neumann 境界、 $\nabla$  はナブラ演算子、 $u$  は変位ベクトル、 $c$  は弾性テンソル、 $g$  は相対変位ベクトル、 $\bar{b}$  は既知の物体力ベクトル、 $\bar{t}$  は既知の表面力ベクトル、 $p^{\text{coh}}$  は Cohesive crack モデルを考慮したバネ定数である。本研究では、ひび割れ形成と Cohesive crack モデルの引張軟化挙動に対して、割線法による反復計算法を適用する。

キーワード：混合モード破壊，ランキン型破壊基準，ひび割れ進展解析

〒 980-8579 仙台市青葉区荒巻字青葉 6-6-06, TEL: 022-795-7425, FAX: 022-795-7423, URL: <http://www.nde.civil.tohoku.ac.jp/>

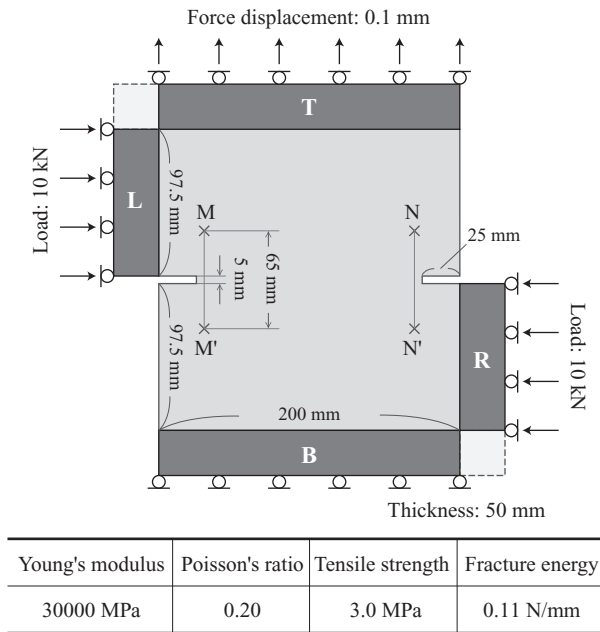


図-3 Double edge notched problem in load case Lp4b

### 3. 混合モード破壊の再現解析

#### 3.1 解析対象 (Nooru-Mohamed Test)

本研究では、Nooru-Mohamed<sup>3)</sup>が行ったモードⅠとモードⅡの混合モード破壊の供試体実験を対象とする。供試体の詳細を図-3に示す。実験では、モルタル供試体の4箇所に剛板(T, B, L, R)を取り付け、各剛板の平行性を保ったまま、BとRを固定し、Lに一定の水平圧力を与えながら、Tに引張変位を増分的に与えていく荷重条件である。また、実験ではせん断荷重の与え方が数ケース示されているが、本論文では10 kNを与えるLp4bを対象とする。

数値解析では、Bのy方向変位を固定し、LとRに一定の水平荷重10 kNを与えながら、Tのy方向のみに強制変位を増分的に与えていく。また、剛板の平行性と境界条件の対称性を保つため、LとTおよびRとBを連結させて上下左右に対称な有限要素メッシュ(2345節点、4278要素)を作成する。用いる有限要素は定ひずみ三角形要素とし、剛板のヤング率は供試体の100倍とし、平面応力状態の2次元解析を行う。なお、この解析条件では並進変位を許容するノイマン境界問題となるが、本解析手法<sup>1,2)</sup>はノイマン境界問題であってもひび割れ進展解析を行うことができる。

#### 3.2 解析結果と考察

ひび割れ進展経路に関する解析結果とその実験結果との比較を図-4に示す。図中のコンター分布は最大主応力の分布であり、変形は強調して表示している。前節で述べたように、本解析手法ではモードⅠに対応するランキン型の破壊基準を採用したが、解析結果のひび割れ進展経路を見て分かるように、モードⅠとモードⅡの混合モード破壊の実験結果を適切に再現している。

次に、荷重-変位関係を比較したものを図-5に示す。図中、実験結果は2本示しており、横軸は図-3のM-M'とN-N'の相対変位の平均値である。解析結果のうち、(1)は

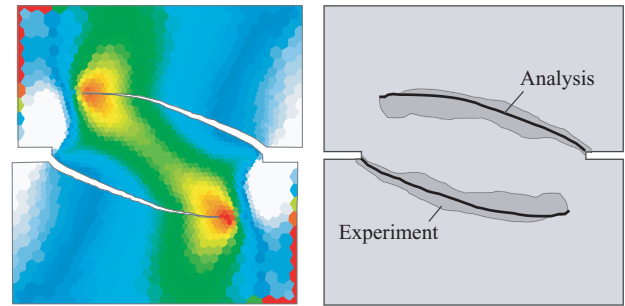


図-4 Numerical results for cracked behavior

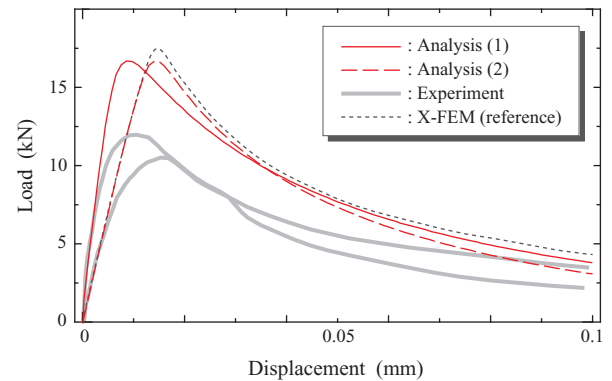


図-5 Comparison of load vs (relative) displacement curves

実験と同様の相対変位、(2)は載荷面での変位を横軸にとった結果である。また、数値解析の参照解として、載荷面での変位を横軸にとったX-FEMによる解析結果<sup>4)</sup>も併記している。これらの関係から、本研究の数値解析が妥当であるとともに、実験結果とほぼ一致した結果となっていることが分かる。

以上の数値解析結果から、準脆性材料に対して、ランキン型の破壊基準を適用すれば、モードⅠ(引張)破壊だけでなく、混合モード破壊も再現可能であると考えられる。

### 4. おわりに

本研究では、準脆性材料の混合モード破壊に対するランキン型破壊基準の適用性について検討した。再現解析の結果から、準脆性材料の破壊基準のモデル化は、簡便なランキン型で十分であることを例証した。圧縮破壊については、材料の非均質性やポアソン効果による局所的な引張応答に適用すれば、ある程度は対応可能であると考えられるが、その詳細な検討は今後の課題である。

#### 参考文献

- 1) 車谷麻緒, 寺田賢二郎: Cohesive crack モデルに対する陽的近似アルゴリズムの3次元ひび割れ進展問題への応用, 応用力学論文集, 土木学会, 投稿中。
- 2) 車谷麻緒, 寺田賢二郎: 節点積分を応用した簡易なFEMベースのひび割れ進展解析手法, Transactions of JSCES, Vol.2008, No.20080002, 2008。
- 3) Nooru-Mohamed, M.B.: Mixed-mode fracture of concrete: an experimental approach, Ph.D. Thesis, Technische Universiteit Delft, 1992。
- 4) Dumstorff, P. and Meschke, G.: Crack propagation criteria in the framework of X-FEM-based structural analyses, Int. J. Numer. Anal. Meth. Geomech., Vol.31, pp.239-259, 2007。