タイヤ接地圧を考慮した多層弾性体解析

東京電機大学　正会員　○小澤　良明
東京電機大学　フェロー会員　松井　邦人

１．目的

半無限体の表面に部分的に荷重が作用する問題の解は，過去に多くの研究がなされてきた．舗装の構造解析法では，円柱座標にハンケル変換を適用し解を導くのが一般的であり，我が国で有名な多層弾性構造解析ソフトウエア BISAR, CHEVRON, ELSA, GAMES も同様の手法を用いている．しかしハンケル変換手法を用いて，任意荷重の応答解析を行う事は難解である．近年，走行車両のタイヤ接地圧を測定する研究が行われている．接地圧を実測可能であれば，より実現象により近い構造評価方法の確立が期待される．そこで本研究は，デカルト座標を用いて，実測の接地圧に近い荷重の応答解析を可能にする理論構築を目指した．

２．理論

解き方については文献[1)]に物体力がゼロの場合，デカルト座標系における応力の釣合い式は．

$$\frac{\partial\sigma_x}{\partial x}+\frac{\partial\tau_{xy}}{\partial y}+\frac{\partial\tau_{xz}}{\partial z}=0 \quad , \quad \frac{\partial\tau_{xy}}{\partial x}+\frac{\partial\sigma_y}{\partial y}+\frac{\partial\tau_{zy}}{\partial z}=0 \quad , \quad \frac{\partial\tau_{xz}}{\partial x}+\frac{\partial\tau_{yz}}{\partial y}+\frac{\partial\sigma_z}{\partial z}=0 \tag{1}$$

式(1)の解は，Neuber-Papkovich の 3 個の調和関数を用いると下記のようになる．

$$u_i=\frac{1}{2\mu}B_i-\frac{\lambda+\mu}{4\mu(\lambda+2\mu)}\frac{\partial}{\partial x_i}(x_jB_j) \qquad i,j=x,y,z \tag{2}$$

上記の式の B_i は調和関数であり，次式のような関係がある．

$$\nabla^2 B_i(x,y,z)=0 \qquad i=x,y,z \tag{3}$$

式(2),(3)の x,y に対し Fourier 変換し，z 軸に関する 2 階の微分方程式を解けば，応力・変位と積分定数との関係マトリックスが求まる．境界条件には，最下層積分定数の発散項がゼロになるように設定し，表面応力 σ_z・せん断応力 τ_{xz},τ_{yz} は既知であるとして解を導いた．求めた解を Fourier 逆変換に適用すれば，実領域における解が得られる．なお Fourier 逆変換の式は，

$$u_k=\frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty}\left(\int_{-\infty}^{\infty}\tilde{\hat{u}}_k e^{i\omega_x x}d\omega_x\right)e^{i\omega_y y}d\omega_y \qquad k \text{ は } k=1,2,3 \text{ を示し，} u_1=u_x, u_2=u_y, u_3=u_z \tag{4}$$

$$\sigma_k=\frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty}\left(\int_{-\infty}^{\infty}\tilde{\hat{\sigma}}_k e^{i\omega_x x}d\omega_x\right)e^{i\omega_y y}d\omega_y \quad k \text{ は } k=1,2,3,4,5,6 \text{ を示し，} \sigma_1=\sigma_x,\sigma_2=\sigma_y,\sigma_3=\sigma_z,\sigma_4=\tau_{yz},\sigma_5=\tau_{xz},\sigma_6=\tau_{xy}$$

ここで，ω_x,ω_y はそれぞれ x,y に関する Fourier パラメータを示し，$\tilde{\hat{u}},\tilde{\hat{\sigma}}$ の^は x，~は y に関する Fourier 変換を記している．詳しい理論の導き方については文献[1)]に記している．

境界条件として，舗装表面における実測タイヤ接地圧を次式で仮定する．

$$q_z=p_z\cos(\pi x/(2a))\cos(\pi y/(2b)),\ q_x=p_x\sin(\pi x/a)\cos(\pi y/(2b)),\ q_y=p_y\sin(\pi y/b)\cos(\pi x/(2a)) \tag{5}$$

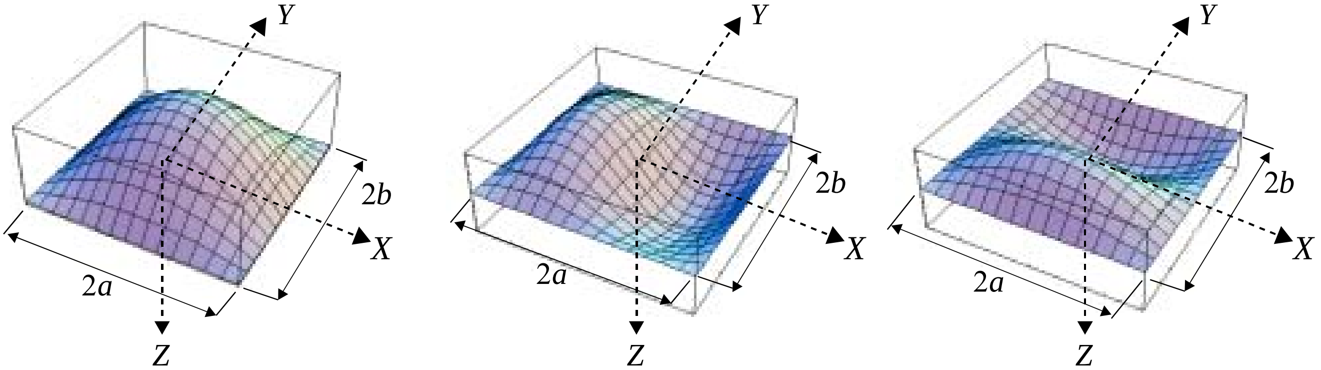
図-1 には，式(5)で仮定した接地圧を記す．式(5)を Fourier 変換し境界条件として応答を求める．

３．例題

（1）例題１

図-2 に記す解析断面に．座標原点を中心とし x,y 軸 30cm の矩形領域に式(5)で定義した接地圧を載荷する．載荷量は，鉛直方向に合力 49kN，水平方向に正領域 −9.8kN，負領域 9.8kN の力が作用するように設定した．表面($z=0$cm)における表面応力 σ_z を**図-3** 記す．境界条件として与えた原点位置の表面応力 σ_z は1.34MPa に対し，解析値は1.32MPa である．**図-4** には表面応力 τ_{yz} を記す．最大 τ_{yz} が発生する($x=0$，$y=7.5$)位置の応力 τ_{yz} は 0.54MPa に対し解析値は 0.51MPa である．精度管理の難しい表面応力においても，一定の精度で解析している．

キーワード　Multi-layered elastic analysis, Neuber-Papkovich, Fourier transform, タイヤ接地圧
連絡先　〒350-0394　埼玉県比企郡鳩山町石坂　東京電機大学　ＴＥＬ0492-96-5731



(a) 鉛直載荷(σ_z)　(b) 水平載荷(τ_{xz})　(c) 水平載荷(τ_{yz})

図-1 荷重形状

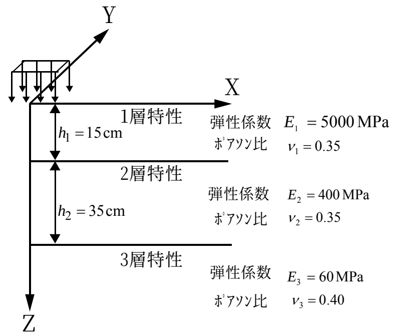


図-2 解析断面

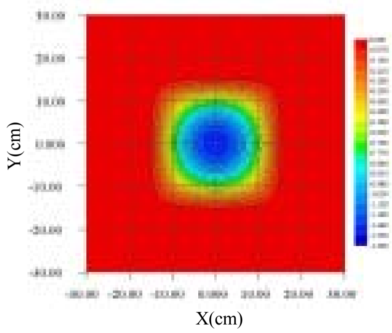


図-3 表面応力 σ_z (MPa)

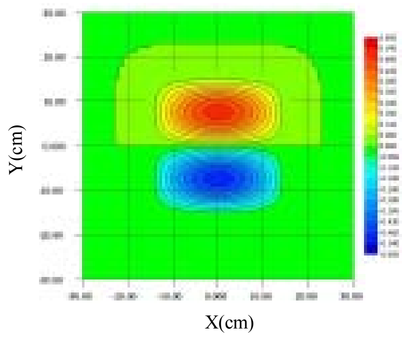


図-4 表面応力 τ_{yz}

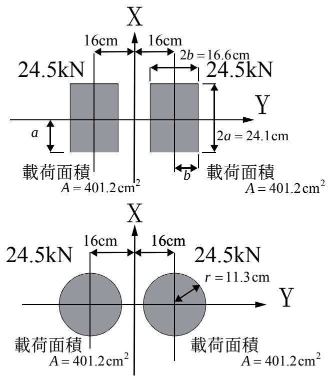


図-5 載荷領域

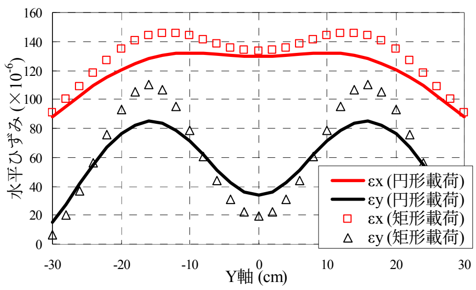


図-6 1 層下面ひずみ ε_x

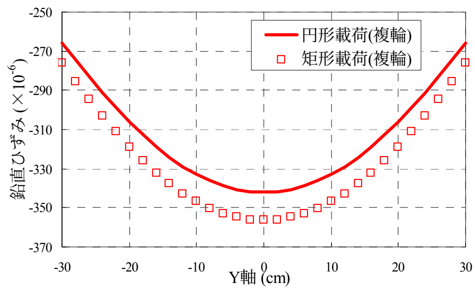


図-7 3 層上面ひずみ ε_z

（2）例題２

図-2 の解析断面に，文献[2)]を参考に**図-5** に記す鉛直複輪荷重を載荷する．矩形領域への荷重分布は式(5)を用い，円形領域への荷重分布は等分布とした． $y = 0$cm 位置，1 層下面水平ひずみを**図-6** に記す．載荷直下位置では矩形領域の方が大きな引張りひずみを生じ， ε_x では矩形領域の方が円形領域より約 13%大きい． $y = 0$cm 位置の 3 層上面の鉛直ひずみを**図-7** に記す．矩形領域の方が大きな圧縮力を生じる．原点位置では矩形領域の方が約 4%大きい．

４．結果

実測タイヤ接地圧を考慮可能な多層弾性解析ソフトを開発した．本解析ソフトから次のような知見を得た．

(1) 矩形領域に作用する非線形接地圧に対して精度良く解析できるソフトウエアを開発した．

(2) 1 層下面においては，円形領域より矩形領域の方が水平ひずみは大きい． ε_x では約 13%程度差が生じる．

(3) 3 層上面においても，矩形領域の方が圧縮ひずみは大きい．原点位置で約 4%程度の差が生じている．

参考文献

1) 小澤良明，松井邦人：矩形領域に等分布荷重が作用する舗装構造の理論解　土木学会論文集　投稿中

2) 日本道路協会：舗装設計施工指針, 2001.