

多都市モデルでの集積・分散とその分岐解析に関する研究

東北大学 学生会員 ○柴崎晃
 東北大学 正会員 池田清宏
 東北大学 正会員 赤松隆
 東北大学 正会員 河野達仁
 東北大学 学生会員 八巻俊二

1. 研究背景と目的

都市集積現象のメカニズムを表現した Forslid¹⁾ model は複数の均衡解を持ち、その集積状態の創発はパラメータ空間(総人口, 交通費用等)での分岐を伴うことが知られている。しかし、その集積・分散の仕組みは、地域(都市)数が2と3の場合しか明らかにされていない。そのため、都市数が更に増加した場合における人口の空間的(地域・都市間)集積・分散パターンに関して十分な研究が行われているとは言えない状況である。そこで、Forslid model と長期均衡モデル(確定的都市選択モデル・確率的都市選択モデル)を組み合わせ、全く同一の人口を持つ $n(=3, 4, \dots, k)$ 都市モデルへと拡張し、分岐理論²⁾を用いることにより、均衡解の分岐のメカニズムを数値的に解明する。変化させるパラメータは輸送費の変化であり、都市数の増加に伴う都市数の集積・分散特性を分岐解析結果に基づき分析する。

2. 都市の集積・分散モデル

(1) 一般均衡の枠組み

Forslid モデルは、下記の仮定に基づいている。

- 経済は、独占的競争の行われる工業部門 M と完全競争的な農業部門 A の2部からなる。
- 経済全体では High skilled worker は $L^M = \mu$, Low skilled worker は $L^A = (1 - \mu)$ 存在する。
- Low skilled worker は、経済全体で L^A 存在し、各地域には均等に分布している。地域間の移動は不可能。
- High skilled worker は、効用最大化を図り自由に地域間を移動でき、地域 r での High skilled worker の割合を λ_r で表す。
- 工業品の輸送は、氷塊輸送という考えを用いる。農業品には輸送費がかからない。
- Low skilled worker の賃金 $w_r^A = 1$, High skilled worker の賃金は、地域 r の名目賃金および実質賃金をそれぞれ w_r^M , ω_r^M で表す。

(2) 都市人口の配置とモデルの定式化

n 都市における工業労働者数がある1都市から順に λ_1 , λ_2 , λ_3 , $\dots$, λ_n と正三角形を規則的に組み合わせた格子点上に設置する。また、都市 r から都市 s までの工業

品輸送費 T_{rs} は、ある一定値 τ と都市間の最短距離で決定される指数関数で表現すると定義し、 $T_{rs} \in (0, 1]$ とする。以下では、Forslid model と確定的 (Deterministic) 都市選択モデルの組み合わせを FD model, Forslid model と確率的 (Stochastic) 都市選択モデルの組み合わせを FS model と呼ぶことにする。更に、各々のモデルの非線形連立方程式は以下のように定式化される。

・ FD model

$$(\bar{\omega} - \omega_r)\lambda_r = 0 \quad (1)$$

$$\bar{\omega} - \omega_r \geq 0 \quad \lambda_r \geq 0 \quad (2)$$

・ FS model

$$\frac{\exp(\omega_r \theta)}{\sum_{s=1}^n \exp(\omega_s \theta)} - \lambda_r = 0 \quad (3)$$

$$(r = 1, 2, \dots, n)$$

ここで、

$$G_r = \left[\sum_{s=1}^n \lambda_s (T_{rs}^M)^{1-\sigma} \right]^{1/(1-\sigma)}, \quad Y_r = \frac{\mu \lambda_r w_r^M}{\sigma n} + \frac{\sigma - \mu}{\sigma n},$$

$$\omega_r = \mu^\mu (1 - \mu)^{1-\mu} w_r^M G_r^{-\mu}, \quad w_r^M = \sum_{s=1}^n \frac{(T_{rs}^M)^{1-\sigma} Y_s}{\sum_{k=1}^n \lambda_k (T_{sk}^M)^{1-\sigma}},$$

$$\lambda_1 + \dots + \lambda_n - 1 = 0 \quad (4)$$

各変数の意味は下記のとおりである。

ω_r : 都市 r の High skilled worker の実質賃金

$\bar{\omega}$: 均衡実質賃金

$\lambda_r \in [0, 1]$: 経済全体で都市 r の High skilled worker のシェア

Y_r : 都市 r の所得

w_r^M : 都市 r における High skilled worker の賃金

$\mu \in (0, 1]$: 工業品への支出割合

G_r : 都市 r の工業品価格指数

$\sigma \in [1, +\infty]$: 任意の差別化された2財間の代替弾力性

θ : 実質賃金に対する知覚誤差の分散を表すパラメータ

3. 分岐理論とモデルへの適用

(1) 計算分岐理論

式(1)–(3)において、未知変数 $\mathbf{u}$ とパラメータ f を、

・ FD model

$$\mathbf{u}^{\text{FD}} = (\lambda_1, \dots, \lambda_n, \bar{\omega})^T, \quad f^{\text{FD}} = \tau \quad (5)$$

・ FS model

$$\mathbf{u}^{\text{FS}} = (\lambda_1, \dots, \lambda_n)^T, \quad f^{\text{FS}} = \tau \quad (6)$$

と取り、非線形連立方程式 $\mathbf{F}(\mathbf{u}, f)$ を誘導し、Newton-Raphson 法を用いて、平衡解 $(\mathbf{u}, f)$ を求めていく。ま

Keywords: Forslid モデル, 計算分岐理論, 都市集積分散現象

〒980-8579 宮城県仙台市青葉区荒巻字青葉 06-6-06

Phone: 022-795-7420; FAX: 022-795-7418

た, 増分支配方程式から求まるヤコビ行列 ($J(u, f) = \partial F / \partial u$) の固有値解析により, 固有値が全て負の場合を安定解とし, 式 (1)(2) の平衡解を求める. FD model においては, 不等式条件式 (2) を満足するものを実際には採用する. 数値解析法の詳細は, 池田他に譲る²⁾. また, 全都市の人口が一樣に増加する固有ベクトルとその固有値は人口一定条件 (4) を満たさない解として除外する.

4. 都市の集積解析結果

例として, 6都市と19都市を取り上げる. 都市間を結ぶ道は破線で示し, 都市1人口 λ_1 と輸送費 T との関係を図-1.A.B, 図-2.C~ Fに示す. 左図がFD model, 右図がFS model についての解析結果である. 安定解を黒の実線, 平衡解において不等式条件 (2) を満たす解を黒の破線で示した. また, 人口比率の大きさを●の面積で示し, 経路上の白丸は分岐点である.『新しい空間経済学』⁵⁾に基づき, パラメータ $\mu = 0.4$ に固定し, $\sigma = 5.0, 10.0$, $\theta = 350, 1000$ の値において解析を行った.

(1) 対称性破壊分岐

19都市を例に説明する. FD model とFS model において, $\sigma = 5.0, 10.0$ とともに輸送費が高い方から低い方に向けて, 同一の人口を持つ状態から対称性を順次喪失し, 中心都市 (図の重心) への集積を起こしていることがわかる. しかし, 対称性という観点から, $\sigma = 5.0$ と $\sigma = 10.0$ は異なる集積分散現象であることが判明した. $\sigma = 5.0$ のときは, 分岐現象が起こり, $\sigma = 10.0$ ときは分岐現象は発生しない. σ の値による分岐現象の差異は群論的分岐理論³⁾⁴⁾の適用により, 対称性と規則性の両方の観点で導出することが可能である.

(2) FD model とFS model の比較

FD model とFS model の違いは, 都市選択の定義の違いである. 6都市においては, 両者のモデルとも分岐現象は起こらず, ほぼ同等な結果が得られている. 19都市において, FD model とFS model の $\theta = 1000$ の結果を比較すると, ほとんど同じ結果が得られている. したがって, 知覚誤差を表す任意パラメータ θ が大きくなると, FS model が採用する確率的都市選択モデルは, FD model が採用した確定的都市選択モデルに近づくこと分かる. また, FS model において θ を ∞ としたときは, FD model に限りなく近づくことが予想される. しかし, 図-1,2 のFD model とFS model の図の決定的な違いに, FS model では輸送費が0になると分散が起こるが, FD model ではこのような現象は見られないということがある. ここで, θ が大きくなると, 消費者が効用の違いに敏感なことを示し, 輸送費の変化に対してほぼ直線的に人口が移動する. 一方, θ が小さくなると, 消費者が効用の

違いに鈍感になることを示し, 人口の移動が起こらなくなることが図-2.D.F から確認できる.

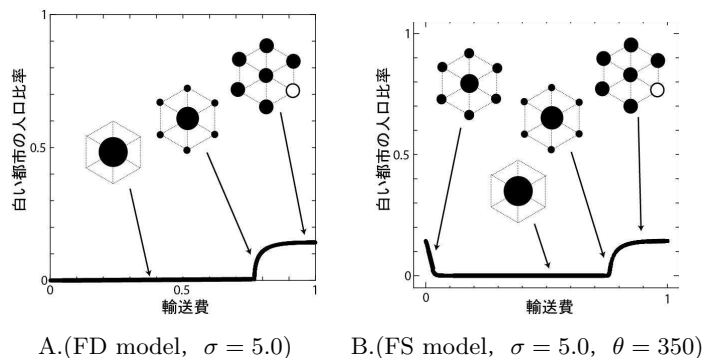


図-1 6都市の解析結果

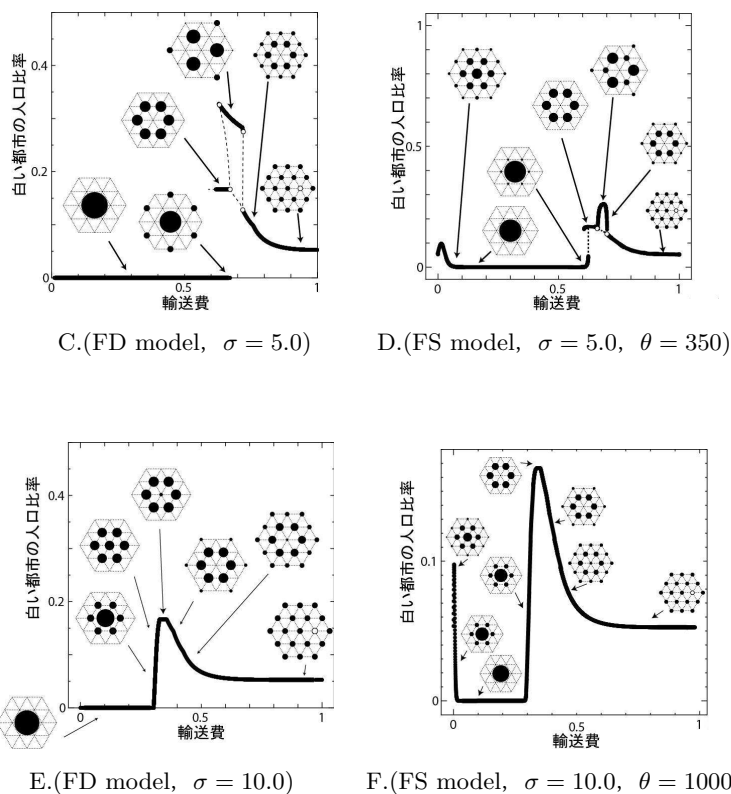


図-2 19都市の解析結果

参考文献

- 1) Rikard Forslid, Gianmarco I. P. Ottaviano: An analytically solvable core-periphery model. *Journal of Economic Geography*, Vol. 3, pp. 229-240, 2003.
- 2) 藤井文夫, 大崎純, 池田清宏: 構造と材料の分岐力学. 計算工学シリーズ3, コロナ社, 2005.
- 3) Kiyohiro Ikeda, Kazuo Muroi: Computational use of group theory in bifurcation analysis of symmetric structures. *Society for Industrial and Applied Mathematics*, Vol. 12, pp. 273-297, 1991.
- 4) Kiyohiro Ikeda, Kazuo Muroi, Hiroshi Fujii: Bifurcation hierarchy of symmetric structures. *Journal Solids Structures*, Vol. 27, pp. 1551-1573, 1991.
- 5) M. Fujita, P. Krugman, and A.J. Venables, *The Spatial Economy: Cities, Regions, and International Trade*, MIT Press, 1999.
- 6) 柳本彰仁, 八巻俊二: 都市の集積・分散とその分岐解析に関する研究. 修士論文, 卒業論文. 2007.