離散型変数による総被害数分布の導出に関する研究

横浜国立大学 安心・安全の科学研究教育センター　正会員　花安 繁郎，関根 和喜
独立行政法人 労働安全衛生総合研究所　正会員 大幢 勝利

1. はじめに

本稿は，生産活動に伴って生ずるさまざまな産業災害について，ある期間での総被害数の分布を離散型変数によって記述することを試みた研究である。

2. 産業災害の発生頻度分布

一定期間中における産業災害による総被害数を求めることは，図 1 に示されるように，時間軸上で被害規模が異なった災害が次々と発生しているとき，ある期間 t 内での総被害数（図中での●の総数）を求めることと同じである。

そのための分布式は，まず，災害そのものが発生する頻度分布を求め，次いで個々の災害によって生ずる被害規模の分布を導出し，これらを組み合わせることによって導くことができる。ここでは，労働災害のように被害規模が人数として離散型変数によって記述されるときの分布について考察を加えた。

産業（労働）災害の発生頻度に関しては，これまでの災害統計調査・分析結果から，ある期間内での発生頻度の確率分布は，ポアソン分布あるいは負の二項分布で記述されることが知られている。ここでは扱いが容易なポアソン分布を採用した。同分布は(1)式で示され，式中のλ は分布パラメータであり，単位期間での災害発生数（災害発生率）である。

図 2 には 1977～1990 年までの 14 年間における重大労働災害（運輸業）の 1 ヶ月あたりの発生頻度を調べた結果を示した。同図より，ポアソン分布が発生頻度を旨く記述していることが分かる。

$$P(x) = \frac{(\lambda t)^x}{x!} \cdot \exp(-\lambda t) \qquad x = 0,1,2,\cdots \tag{1}$$

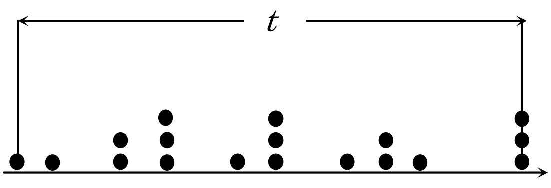

図 1 産業災害による総被害数分布モデル

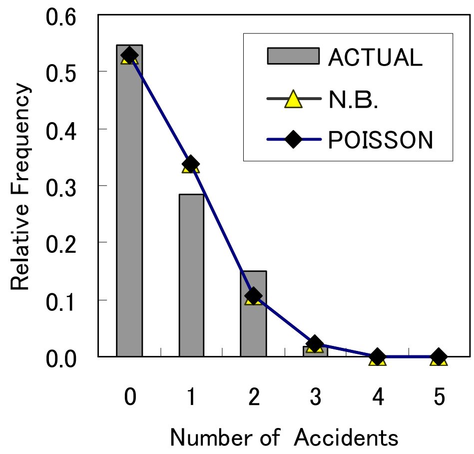

図 2 産業災害の発生数分布（運輸業）

3. 産業災害による被害規模分布

産業災害による被害規模として，本研究では，ひとつの災害による被災者数を取り上げた。また，被災者数のように離散型正数による変数で示される確率分布として，ここでは扱いが容易な幾何分布を採用した。ひとつの災害による被害者数の下限値が i のときの幾何分布とその期待値と分散は τ を分布パラメータとして下式で示される。

$$P(K=k) = (1-\tau)^{k-i} \cdot \tau \tag{2}$$

$$E(K) = \frac{1+(i-1)\tau}{\tau}$$
$$V(K) = \left(\frac{1}{\tau}\right)\cdot\left(\frac{1-\tau}{\tau}\right) \tag{3}$$

図 3 には, 1977～1990 年までの 14 年間に発生した構造物の倒壊による重大災害の被災者数の分布を示した。重大災害とは厚生労働省によって，ひとつの災害で 3 人以上の被災者が含まれる災害と定義され，毎年その数値が公表されている。同災害の下限値は i=3 であり，被害規模の分布領域は $k\geq 3$ である。

Keywords：産業災害，リスク分析，発生数分布，被害規模分布，総被害数分布
連絡先：〒240-8501　横浜市保土ヶ谷区常盤台 79-5　TEL. 045-339-3778，FAX. 045-339-4294

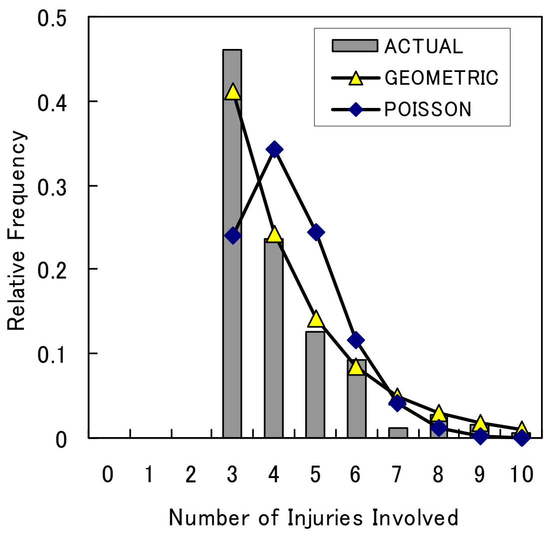

図3 重大災害での被災者数分布（構造物倒壊災害）

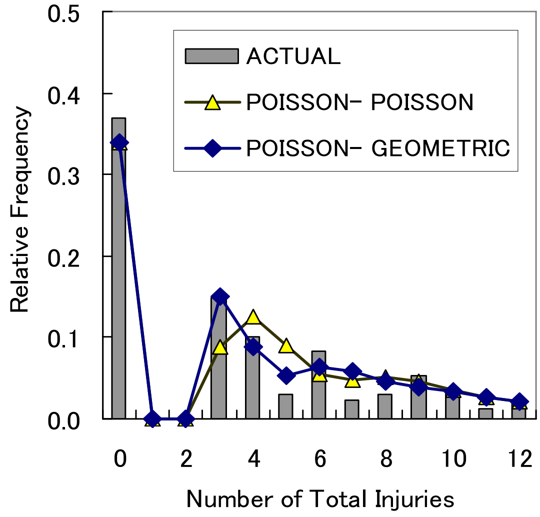

図4 一定期間中の総被害数分布（構造物倒壊災害）

同図に示されるように，個々の重大災害による被災者数の規模の分布はポアソン分布よりもむしろ幾何分布の方が旨く適合していることが分かる。

次に，個々の災害による被災者規模が幾何分布で発生しているとき，n 件の災害が発生したときの被災者総数は，個々の災害による被災者分布をn 件合計した和の分布として得られ，その結果は(4)式で示される。同式はパスカル分布あるいは負の二項分布と呼ばれ，同分布の期待値と分散は(5)式で示される。式中のi は個々の災害の被災者下限値である。

$$P(k\mid n)=\binom{k-ni+n-1}{n-1}\cdot(1-\tau)^{k-ni}\cdot\tau^{n} \tag{4}$$

$$E(K)=ni+\frac{n(1-\tau)}{\tau}$$
$$V(K)=\left(\frac{n}{\tau}\right)\cdot\left(\frac{1-\tau}{\tau}\right) \tag{5}$$

4. 一定期間での総被害数分布の導出

以上の準備を基に，一定期間中での重大災害による総被災者数の分布を以下の手順によって求めることが出来る。まず，一定期間内での災害発生数の分布が(1)式のポアソン分布で表され，また，そこで発生した災害による被災者総数が(4)式のパスカル分布で記述されることが分かっているので，総被災者数分布は，各災害発生件数の発生確率と，その時の被災者総数の（条件付）確率との積を起こりうる総ての組み合わせについて合計すれば得られる。手続き的には，全確率の定理を用いて次式で示される。

$$P(0)=\exp(-\lambda t)$$
$$P(k)=\sum_{s=1}^{[k/i]}\frac{(\lambda t)^{s}}{s!}\binom{k-si+s-1}{s-1}(1-\tau)^{k-si}\tau^{s}\exp(-\lambda t) \tag{6}$$

$$E(K)=\frac{\lambda t\{1+(i-1)\tau\}}{\tau}$$
$$V(K)=\left(\frac{\lambda t}{\tau}\right)\cdot\left(\frac{1-\tau}{\tau}\right)+\frac{\lambda t\{1+(i-1)\tau\}^{2}}{\tau^{2}} \tag{7}$$

ここで，[k/i] は $L\leq k/i$ を満足する最大整数（ガウス記号）である。(6)式は特段に定まった分布式名はないが，ポアソン分布と幾何分布とを組み合わせて導出したことから，ここではポアソン－幾何分布と呼ぶこととする。とくに個々の災害被害下限値 i=1 のときは，上式は Polya-Aeppli 分布と呼ばれる。

図 4 には単位期間（ここでは 1 ヶ月）における構造物倒壊重大災害による総被災者数の分布を分析した結果を示した。図中で $P(0)$ は総被害がゼロの確率であるが，これは災害そのものが発生しない確率と同値である。しかし，いったん重大災害が発生すれば，定義によりその被害規模は必ず 3 人以上の被災者となるので，$P(1)$および $P(2)$は存在しない。このように，個々の災害による被害下限値によって，総被害数の分布形状が特徴づけられる。

5. まとめ

離散型変数で表される被害について，一定期間内での被害総数を正確に推定することができた。事業所のおけるリスク評価への応用が期待される。