輸送費用を考慮したロバストな危険物輸送モデル

神戸大学 学生会員 ○八木 博之
電気通信大学 正会員 長江 剛志

１．はじめに

危険物輸送は，人体や環境に悪影響を与えるリスクをもつ一方で産業活動を継続させていく上で必要不可欠である．ここでの危険物とは酸化性固体，可燃性固体，引火性液体，高圧ガス，火薬類，毒劇物，放射性物質などをいう．これら危険物は生産投入物（化合物の原料），燃料，冷却剤など様々な用途で工業，医療，教育および研究などの分野で幅広く利用され，産業活動と深い結びつきがある．しかし危険物輸送車両が事故に巻き込まれ危険物の流出を起こすと，人的損害や経済的損害にとどまらず生態系および生活環境を将来に渡り損なう可能性がある．こうした危険物の流出事故は LPHC（Low Probability High Consequence）特性をもつ．LPHC 特性とは発生頻度はきわめて低いが事故が起きたときは大損害を及ぼす特性のことである．

しかしながら従来の研究ではこの特性を適切に考慮できていないように思われる．危険物の流出事故が発生することは極めて稀であるため生起確率を正確に推計することが困難である．それにもかかわらず従来研究では流出事故が発生する確率を道路長に応じて事故確率を強引に導いていることが原因としてあげられる．

本研究ではこのLPHC特性および輸送に要するコストを明示的に考慮し，危険物の流出事故におけるリスクを最小限におさえるための危険物輸送の枠組みを提案する．ここで輸送に対するコストとはリンクを通過するのに要する時間および有料道路の通行料金のことである．

２．本研究の基本的考え方

対象とする１起点１終点の交通ネットワークのノード集合を $N \equiv \{1,\cdots,\mathrm{N}\}$，リンク集合を $L \equiv \{1,\cdots L\}$，起点と終点を結ぶ経路集合を K と記述する．１単位の危険物輸送車両がリンク $ij \in L$ を通過するとき，リンク ij の“一般化費用”を g_{ij}，$\mathbf{g} \equiv \{g_{12} \cdots g_{ij} \mid ij \in L\}$ で記述し起終点間の経路 $k \in K$ の一般化費用は $G_k(\mathbf{q})$ で記述される．

$$g_{ij} = t_{ij} + \gamma c_{ij} q_{ij} \tag{1}$$

$$G_k(\mathbf{q}) = \sum_{ij \in L} (\gamma c_{ij} q_{ij} + t_{ij}) \delta_{ij,k} \tag{2}$$

t_{ij} ：リンク $ij \in L$ を通過するのに要するコスト
c_{ij} ：リンク $ij \in L$ から一定距離に住む人口
q_{ij} ：リンク $ij \in L$ における事故確率
γ ：リスクとコストの重みをあらわすパラメータ
$\delta_{ij,k}$ ：クロネッカーのデルタ

本研究ではリンク $ij \in L$ で流出事故が起きたときの損害をあらわす指標を当該リンクから一定距離に住む人口で評価する．(1)式右辺第二項は期待損害をあらわす．本研究における”一般化費用”とはコストと期待損害の重みつき線形和のことである．

輸送計画者は各経路 $k \in K$ に輸送量を配分していく．このときの輸送量を h_k，$\mathbf{h} \equiv \{h_1,\cdots h_k \mid k \in K\}$ で記述する．あるリンク事故確率 $\mathbf{q}$，経路輸送量 $\mathbf{h}$ のもとでのネットワーク全体の一般化費用 $Z(\mathbf{h},\mathbf{q})$ は以下のようにあらわされる．

$$Z(\mathbf{h},\mathbf{q}) \equiv \sum_{k \in K} \sum_{ij \in L} h_k (\gamma c_{ij} q_{ij} + t_{ij}) \delta_{ij,k} = \sum_{k \in K} h_k G_k(\mathbf{q}) \tag{3}$$

輸送量 $\mathbf{h}$ のもとリンク $ij \in L$ の輸送量にリンクの人口を乗じたものをリンクの暴露と呼び下記のようにあらわす．

$$\pi_{ij} \equiv c_{ij} \sum_{k \in K} h_k \delta_{ij,k} \tag{4}$$

キーワード　危険物輸送，ロバスト，低頻度大損害，輸送コスト，確率的利用者均衡配分，
連絡先　〒657-8501　神戸市灘区六甲台町１－１　神戸大学大学院工学研究科　ＴＥＬ078-881-1212

３．定式化

本研究において輸送計画者はリンクの事故確率については最悪の（一般化費用を最大化する）ケースを想定する一方で，経路輸送量については一般化費用を最小化するように決定すると仮定する．輸送計画者の行動は以下のmaximin問題として定式化される．

[P1]

$$\max_{\mathbf{q}}.\min_{\mathbf{h}}.Z_1(\mathbf{h},\mathbf{q}) \equiv Z(\mathbf{h},\mathbf{q}) - \frac{1}{\theta} f\, \mathrm{H}_k(\mathbf{h}) \quad (5)$$

$$\text{s.t.} \quad \mathrm{H}_K(\mathbf{h}) \equiv -\sum_{k\in K} \frac{h_k}{f} \ln \frac{h_k}{f} \quad (6)$$

$$\sum_{k\in K} h_k = f \qquad h_k \geq 0, \forall k \in K \quad (7)$$

$$\sum_{ij\in L} q_{ij} = 1 \qquad q_{ij} \geq 0, \forall ij \in L \quad (8)$$

$\mathrm{H}_k(\mathbf{h})$は選択の多様性を示す指標となっている．危険物輸送車両が一本の経路のみに集中する場合には０をとり，様々な経路にランダムに分散するほどエントロピーの値は大きくなる．

4．凸計画問題としての表現

定式化した maximin 問題[P1]において最適性条件の性質を利用すると，リンク事故確率$\mathbf{q}$を与件とした時の最適な輸送量$h_k(\mathbf{q})$を導くことができる．これを以下では最適反応輸送量とよぶ．

$$h_k(\mathbf{q}) = f \exp[-\theta G_k(\mathbf{q})] \Big/ \sum_k \exp[-\theta G_k(\mathbf{q})] \quad (9)$$

最適反応輸送量を用いることによって maximin 問題[P1]は互いに双対関係にある以下の２つの凸計画問題に帰着される．

[CP1 双対問題]

$$\max_{q}. fS(\mathbf{q}) \quad (10)$$

$$\text{s.t.} \sum_{ij} q_{ij} = 1 \quad q_{ij} \geq 0, \forall ij \in \mathrm{L} \quad (11)$$

ここで$S(\mathbf{q})$は以下の式で表され最小経路一般化費用を意味する．

$$S(\mathbf{q}) = -\frac{1}{\theta} \ln \sum_k \exp[-\theta G_k(\mathbf{q})] \quad (12)$$

[CP1 主問題]

$$\min_{\mathbf{h}}.Q(\mathbf{h}) - \frac{1}{\theta} fH(\mathbf{h}) \quad (13)$$

$$\text{s.t.} \sum_k h_k = f \qquad h_k \geq 0\ , \forall k \in K \quad (14)$$

$Q(\mathbf{h})$は以下の式で表される最大リンク暴露である．

$$Q(\mathbf{h}) \equiv \max_{ij\in L}.\pi_{ij}(h) \quad (15)$$

5．計算方法

本研究の特徴として目的関数の勾配の計算がlogit 型確率交通配分に帰着することがあげられる．以下では目的関数の勾配の求め方について記述する．

あるリンク事故確率$\mathbf{q}$における目的関数の勾配を$\nabla \mathrm{Z}_1(\mathbf{q})$とする．このとき$\nabla \mathrm{Z}_1(\mathbf{q})$の$ij$番目の要素は以下のように表される．

$$[\nabla \mathrm{Z}_1(\mathbf{q})]_{ij} = f\, \partial S(\mathbf{q}) / \partial q_{ij} = \gamma \pi_{ij}(\mathbf{q}) \quad (16)$$

$\pi_{ij}(\mathbf{q})$はリンクの事故確率$\mathbf{q}$を与件とした時のリンクijの暴露である．

$$\pi_{ij}(\mathbf{q}) = c_{ij} x_{ij}(\mathbf{q}) \quad (17)$$

ここで$x_{ij}(\mathbf{q})$はリンク事故確率$\mathbf{q}$のもとでの最適リンク輸送量である．

$$x_{ij}(\mathbf{q}) = \sum_{k\in K} h_k(\mathbf{q}) \delta_{ij,k} \quad (18)$$

以上のことは目的関数の勾配がロジット型の確率交通配分$x(\mathbf{q}) \equiv \{x_{12} \cdots x_{ij}(\mathbf{q}) \mid ij \in L\}$を用いて求めることができることを示している．これを活用することによって現実的な一般のネットワークにおいても最適な輸送戦略を求める効率的な解法を開発することが可能となる．

参考文献

Michael G.H.Bell : Mixed Route Strategies for the Risk-Averse Shipment of Hazardous Materials, Networks and Spatial economics,6pp.253-365,200

長江剛志・赤松隆：危険物輸送のためのカタストロフ回避戦略, 土木学会論文集 D, Vol. 63, No.4, 2007,