# ３次元主方向で規定した非線形弾性構成則を用いた複合地盤のマルチスケール解析

清水建設（株）　正会員　○石川　明
東北大学工学部　正会員　寺田賢二郎

**１．目的** 本論文では、地盤と改良体からなる複合地盤の非線形力学挙動を、均質化法を用いた複合地盤のマルチスケール解析法により解析する手法を提案する。地盤、改良体の構成則は昨年度提案した３次元主方向で規定した非線形弾性構成則を一部改良して用いた。

**２．地盤と改良体の構成則**

**（１）主応力空間における応力と接線の定式化**　構成則は（１）式に示すように応力$\sigma_{ij}$を偏差成分（主偏差応力$s^{(\alpha)}$）と等方成分（平均主応力$\sigma_m$）に分解し、それぞれを主偏差ひずみ$e^{(\alpha)}$と体積ひずみ$\varepsilon_{pp}$の関数として記述した。応力をひずみの関数で記すことにより、陰解法に用いる３次元接線剛性を求めることができる。（２）式は（１）式を増分形式で表したものである。（２）～（５）式に示す$a_{ijkl}=a^1_{ijkl}+a^2_{ijkl}+a^V_{ijkl}$は（１）式を全ひずみ$\varepsilon_{ij}$で微分して求められる接線剛性である。（４）式は$e^{(\alpha)}=e^{(\beta)}$のとき不定になるが、この場合はロピタルの原理を用いて計算すればよい。

$$\sigma_{ij}=s_{ij}+\sigma_m\delta_{ij}=\sum_{\alpha=1}^{3}s^{(\alpha)}n_i^{(\alpha)}n_j^{(\alpha)}+\sigma_m\delta_{ij}\,,\quad s^{(\alpha)}=s\left(\varepsilon_{pp,}e^{(\alpha)}\right),\ \sigma_m=K\left(\varepsilon_{pp}\right) \qquad (1)$$

$$\dot{\sigma}_{ij}=a_{ijkl}\dot{\varepsilon}_{kl}=\left(a^1{}_{ijkl}+a^2{}_{ijkl}+a^V{}_{ijkl}\right)\dot{\varepsilon}_{kl} \qquad (2)$$

$$a^1{}_{ijkl}=\sum_{\alpha=1}^{3}\sum_{\beta=1}^{3}\frac{\partial s^{(\alpha)}}{\partial\varepsilon_{pq}}n_p^{(\beta)}n_q^{(\beta)}n_i^{(\alpha)}n_j^{(\alpha)}\left(n_k^{(\beta)}n_l^{(\beta)}-\frac{1}{3}\delta_{kl}\right) \qquad (3)$$

$$a^2{}_{ijkl}=\sum_{\alpha=1}^{3}\sum_{\substack{\beta=1\\ \alpha\neq\beta}}^{3}\frac{\dfrac{\partial s^{(\alpha)}}{\partial\varepsilon_{pq}}e^{(\alpha)}-\dfrac{\partial s^{(\beta)}}{\partial\varepsilon_{pq}}e^{(\beta)}}{e^{(\alpha)}-e^{(\beta)}}\sum_{\gamma=1}^{3}n_i^{(\gamma)}n_j^{(\gamma)}+\frac{s^{(\alpha)}-s^{(\beta)}}{e^{(\alpha)}-e^{(\beta)}}\delta_{pi}\delta_{qj}\frac{1}{2}n_p^{(\alpha)}n_q^{(\alpha)}\left(n_k^{(\alpha)}n_l^{(\beta)}+n_k^{(\beta)}n_l^{(\alpha)}\right) \qquad (4)$$

$$a^V{}_{ijkl}=\sum_{\alpha=1}^{3}\frac{1}{3}\frac{\partial s^{(\alpha)}}{\partial\varepsilon_{pq}}n_i^{(\alpha)}n_j^{(\alpha)}\delta_{kl}\delta_{pq}+\frac{\partial\sigma_m}{\partial\varepsilon_{kl}}\delta_{ij} \qquad (5)$$

**（２）地盤・改良体の構成則**　（１）式は、各主方向の$s^{(\alpha)}$と$e^{(\alpha)}$がどのような関数関係であっても用いることができる。ここでは、（６）式に示す双曲線型とする。ここに、$1/G$は双曲線の初期勾配であり、$R_f/\tau_{max}$は双曲線の漸近線である。（１）、（６）式で用いられる体積弾性係数K，体積せん断剛性Gは、排水条件のもと圧縮するほど硬くなるとして$\varepsilon_{pp}$の関数とした。最大せん断応力$\tau_{max}$は（８）式に示す$\sigma_m$の関数とした。

$$s^{(\alpha)}=\frac{e^{(\alpha)}}{\dfrac{1}{G}+\dfrac{R_f}{\tau_{\max}}\left|e^{(\alpha)}\right|} \qquad (6)$$

$$K=\left(\frac{\varepsilon_{pp}+\varepsilon_{pp0}}{\varepsilon_{Vf}}\right)^m\overline{K}\quad、G=\left(\frac{\varepsilon_{pp}+\varepsilon_{pp0}}{\varepsilon_{Vf}}\right)^m\overline{G} \qquad (7)$$

$$\tau_{\max}=c+\left(\sigma_m+\sigma_{m0}\right)\tan\phi \qquad (8)$$

ここに、C：粘着力、$\sigma_{m0}$：初期平均主応力

**（３）地盤、改良体部分の解析結果**

豊浦砂の対象とした圧縮試験結果をシミュレートすることにより、提案する構成則が示す応力-ひずみ関係を示す。表１は解析条件を示したものである。各ケースとも、荷重は鉛直方向に強制変位として負荷した。境界条件は、圧縮時に側方の拘束を自由にした軸圧縮

**表１ 解析に用いたパラメーター**

| 解析No. | $\sigma_{m0}$ | $\overline{K_S}$ | $\overline{G_S}$ |
|---|---|---|---|
| | kPa | kPa(×$10^5$) | |
| 軸圧縮(Dr=80%) | 50 | 3.0 | 1.4 |
| | 100 | 5.4 | 2.5 |
| | 200 | 7.2 | 3.3 |
| 軸圧縮(Dr=50%) | 50 | 1.8 | 0.8 |
| | 100 | 2.6 | 1.2 |
| | 200 | 6.4 | 3.0 |
| $K_0$圧縮(Dr=85%) | 19.6 | 0.3 | 0.2 |

キーワード　均質化法、構成則、非線形弾性、地盤改良

連絡先〒135-8530 東京都江東区越中島 3-4-17　清水建設技術研究所　TEL 03-3820-8267, e-mail akira.ishikawa@shimz.co.jp

と拘束を固定した $K_0$ 圧縮の２種類と比較した。初期応力は、軸圧縮では 50,100,200kPa の３種類、$K_0$ 圧縮では 19.6kPa とした。初期体積弾性係数、せん断弾性係数は、初期応力に応じた値をそれぞれ設定した。その他のパラメーターは $m, n$=1.2, $R_f$=1.0, $\varepsilon_{pp0}$=0.01, $\varepsilon_{vf}$=0.01 とした。図１は解析結果を示したものである。いずれも解析結果は実験結果と整合した結果を示している。

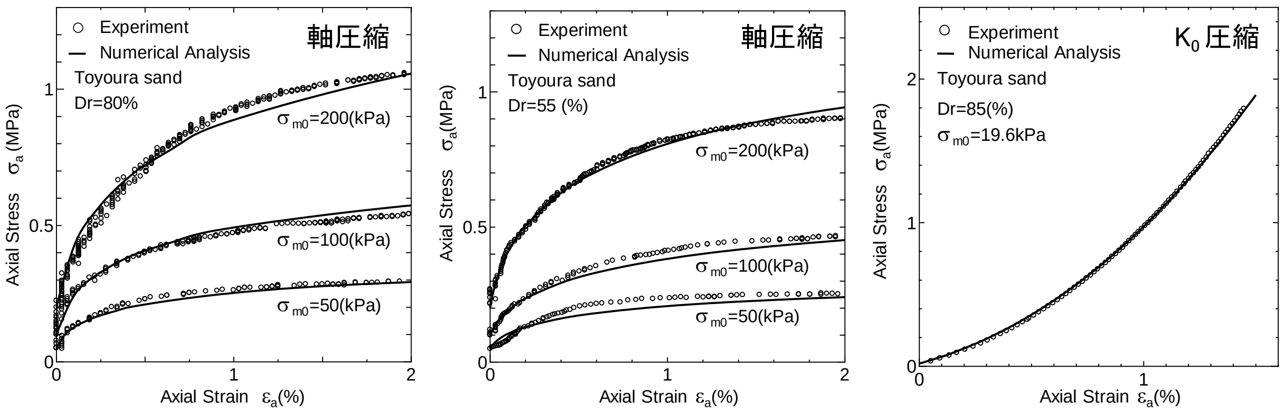


図1　軸応力−軸ひずみ曲線

## ３．均質化法を用いた複合地盤のマルチスケール解析結果

マルチスケール解析法の定式化および解析法の詳細は文献等に詳しい[2)]。マクロ要素は、周期構造からなるミクロ要素のつり合い式から求めたマクロ接線剛性に基づいて変形する。求めたマクロ変形を外力として、任意のマクロガウス点における周期構造の変形を求めることもできる。前述した（1）～(8)式で示した構成則をマルチスケール解析に組み込んだプログラムで計算した簡単なモデル解析結果を図２に示す。マクロ要素を軸ひずみで 2%圧縮させ、マクロ、ミクロ要素の軸応力−軸ひずみ関係を調べた。ここに、ミクロ要素は中心部を改良率 16%で改良したとし､地盤と改良体の体積弾性係数 $\overline{K}_s$, $\overline{K}_r$ せん断剛性 $\overline{G}_s$, $\overline{G}_r$ の剛性比は R=2,5,10,20 の４通りを設定した。地盤、改良体の初期応力 $\sigma_{m0}$ はともに 0.1MPa とした。図３はマクロ要素ガウス点１のマクロ軸応力 $\Sigma_{a(eq)}$−軸ひずみ $E_a$ とこれに対応するミクロ要素の地盤、改良体の軸応力 $\sigma_{a(s)}$、$\sigma_{a(r)}$−軸ひずみ $\varepsilon_a$ 関係を併記したものである。Ｒが大きくなるにつれて剛性が高い改良体に応力が集中すること、マクロ要素の軸応力―軸ひずみ関係は、ミクロ要素の改良体と地盤の軸応力―軸ひずみ関係の平均的な値を示していること、などからマクロ要素は地盤･改良体からなるミクロ周期構造の等価な非線形力学挙動に基づいて変形していることがわかる。

表 2 マルチスケール解析に用いたパラメーター

| 解析No. | $\overline{K}_S$ | $\overline{G}_S$ | $\overline{K}_r$ | $\overline{G}_r$ | R |
|---|---|---|---|---|---|
| | kPa(×$10^5$) | | | | |
| 1 | 3.0 | 1.4 | 6 | 2.8 | 2 |
| 2 | | | 15 | 7 | 5 |
| 3 | | | 30 | 14 | 10 |
| 4 | | | 60 | 28 | 20 |
| $\phi$=37.5° ,m,n=1.2,$R_f$=1.0, $\varepsilon_{pp0}$=0.01, $\varepsilon_{vf}$=0.01 | | | | | |

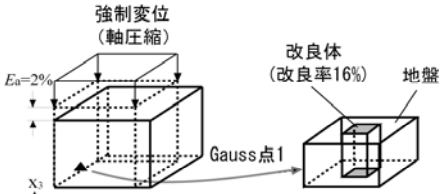


図2　マルチスケール解析のモデル図

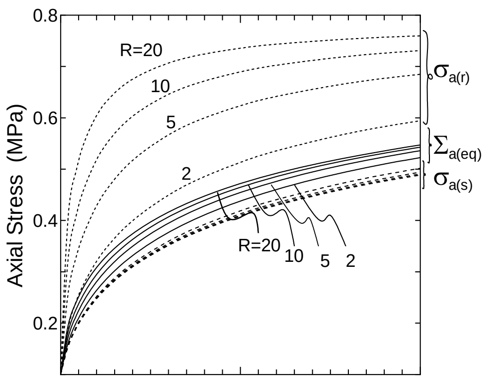


図3　軸応力−軸ひずみ関係

**４．結論**　均質化法を用いた複合地盤のマルチスケール解析法と簡単な解析結果について示した。今後はもう少し規模の大きいモデルで計算してみる予定である。

**参考文献**

1) 石川明：3 次元解析に用いる簡易な非線形弾性構成則、土木学会第 62 回年次学術講演会、pp641-642、H19.9

2) 寺田賢二郎、菊池昇：非均質弾塑性体のマルチスケール解析のための一般化アルゴリズム、土木学会論文集 No.633/I-49, 217-229, 1999.10