発破振動による地山ヤング係数の同定解析手法

佐藤工業（株）　正会員　○金子典由　黒田千歳　小泉直人
中央大学　正会員　川原睦人

１．はじめに

発破によって掘削されるトンネル工事において，切羽前方を含む周辺地山のヤング係数を掘削前に知ることは，支保パターンの変更を事前に予測でき施工の効率化と安全施工のために役立つ。掘削時の発破振動から地山のヤング係数を同定する解析手法を著者等の一人が提案[1)]している。この解析では発破振動の速度データを観測値として３次元動的有限要素法の計算結果との差を評価関数とした最小化問題を設定し，随伴方程式を導いてヤング係数を求めている。実際に解析を行なうと，評価関数の停留点が多数存在するために初期値の選定が計算結果に影響を及ぼし，選択した初期と真の解が大きく異なる場合には，評価関数が最小になる解が得られないことがあることがわかった。本稿では妥当な同定計算が得るための初期値を選定する一つの方法について提案する。

２．解析手法

2.1 支配方程式

動的な３次元弾性体の釣り合い方程式は，

$$\sigma_{ij,j} - \rho b_i + \rho \ddot{u}_i = 0 \tag{1}$$

である。ここで，σ_{ij}，b_i，ρ，u_i はそれぞれ，応力，物体力，密度および変位を表わす。$\dot{}$ は時間微分を表わす。初期条件は，

$$u_i(0) = \hat{u}_i(0) \quad (2), \qquad \dot{u}_i(0) = \hat{\dot{u}}_i(0) \quad (3)$$

である。ひずみー変位方程式は，

$$\varepsilon_{ij} = \frac{1}{2}(u_{i,j} + u_{j,i}) \tag{4}$$

とする。また応力ーひずみ関係式は，

$$\sigma_{ij} = D_{ijkl}\varepsilon_{kl} \tag{5}$$

とし，この D_{ijkl} をラメの定数λとμで表わすと，

$$D_{ijkl} = \lambda\delta_{ij}\delta_{kl} + \mu\left(\delta_{ik}\delta_{jl} + \delta_{il}\delta_{jk}\right) \tag{6}$$

である。δ_{ij} はクロネッカーのデルタ記号である。また，λとμをヤング係数とポアソン比で表わす。

$$\lambda = \frac{\nu E}{(1-2\nu)(1+\nu)} \quad (7), \qquad \mu = \frac{E}{2(1+\nu)} \quad (8)$$

2.2 有限要素方程式

重み付き残差法により有限要素法方程式を得る。

$$M_{\alpha i\beta k}\ddot{u}_{\beta k} + C_{\alpha i\beta k}\dot{u}_{\beta k} + K_{\alpha i\beta k}u_{\beta k} = \hat{\Gamma}_{\alpha i} \tag{9}$$

ここで，各係数マトリックスは以下のようになる。

$$K_{\alpha i\beta k} = \int_V (\Phi_{\alpha,j} D_{ijkl} \Phi_{\beta,l})dv \tag{10}$$

$$M_{\alpha i\beta k} = \rho\int_V \left(\Phi_\alpha \Phi_\beta\right)dV \tag{11}$$

$$C_{\alpha i\beta k} = \alpha_0 M_{\alpha i\beta k} + \alpha_1 K_{\alpha i\beta k} \tag{12}$$

$$\hat{\Gamma} = \int_S \left(\Phi_\alpha \hat{t}_i\right)dS - \int_V \left(\Phi_\alpha \rho \hat{b}_i\right)dV \tag{13}$$

α_0 および α_1 はレイリー減衰の係数を表わす。なお，時間方向の離散化には Newmark β法を用いる。

2.3 ヤング係数同定のための評価関数

ヤング係数を同定するために，評価関数 J((14)式)を導入する。同定解析は，この評価関数を最小にする最小化問題である。

$$J = \frac{1}{2}\int_t\int_V (\dot{u}_i - \dot{u}_i^*)W_{ij}(\dot{u}_j - \dot{u}_j^*)dVdt \tag{14}$$

筆者等の一人は，拡張評価関数と有限要素方程式にラグランジェ乗数を掛けた拡張された評価関数を導入し，随伴方程式を求めてヤング係数を同定した。しかし，この随伴方程式による解析は初期値の選択によって収束計算が影響を受ける。よって，適切な初期値を与えるために，観測点までの到達完了時刻よりあらかじめヤング係数の見当をつける方法を提案する。

キィーワード：　ヤング係数，同定解析，評価関数
連絡先　：　〒243-0123 神奈川県厚木市森の里青山 14 番 10 号　佐藤工業　電話 046-270-3091

3．数値解析例

あらかじめ動的順解析によって計算した速度を観測データとみなして評価関数の値を計算する。

一次元の波の伝播を考える。図-1 に示すように，長さ 40m の領域で，左端から 10mの O ラインから左右にｔ＝０のみに力を与える。周囲をスライド条件とし，観測ラインＡは右端から 5m とする(図-1 参照)。解析に用いたポアソン比は 0.3 である。

3.1 一様領域の評価関数

一様領域（ヤング係数が $E_1=E_2=10000$）の場合の評価関数を図-2 に示す。繰り返し計算の初期値を 5000 とすると 6000 付近の停留点に到達して終了してしまう。真の値を得るには 7500～12000 の範囲で選択しなければならないことが分かる。

3.2 ２種類のヤング係数がある場合

領域が２種類のヤング係数 $E_1=5000$ と $E_2=10000$ とに分かれている場合を考える。このときの評価関数を図-3 に示す。多数の停留点が存在するので初期値の選択の影響が大きいことが分かる。このときの観測位置Ａでの速度の時系列を図-4 に示す。図-4 から第１波が到達完了するまでの時間を 0.44 秒とすると，OA 間の距離が 25m であることからｐ波の推定速度 Vp は 25/0.44=56.8m/sec となる。平均ヤング係数は，弾性波の速度とヤング率の関係式

$$E=\frac{\rho(1+\nu)(1-2\nu)V_p^{\ 2}}{(1-\nu)} \qquad (15)$$

により 5276 と求められる。この値を初期値として二つのヤング係数を同定した。計算結果を図-5 に示す。40 回の繰返し計算で収束し，その結果，E1 と E2 はそれぞれ 5000 と 10000 と正しく求められた。

４．おわりに

発破振動から地山のヤング係数を同定する計算過程において，評価関数の停留点が多数存在することを示した。そのため，初期値の選択によっては正確なヤング係数を求めることが難しい場合があることを示した。そこで，観測点での速度データのうち第１波の到達時間から平均化されたヤング係数を求め，その値を初期値として同定計算を開始する方法を計算例とともに示した。

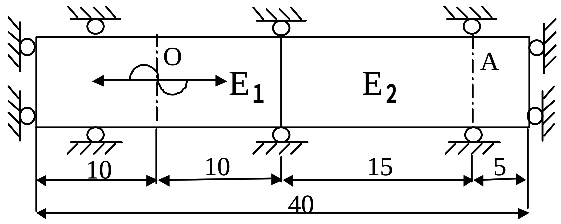

図-1 解析の概念図

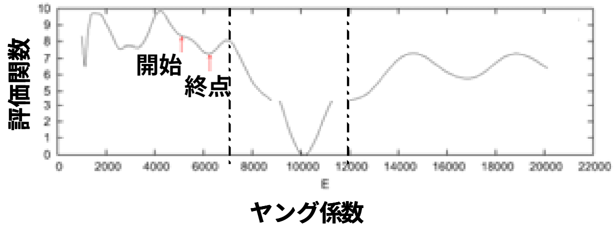

図-2 一様領域での評価関数

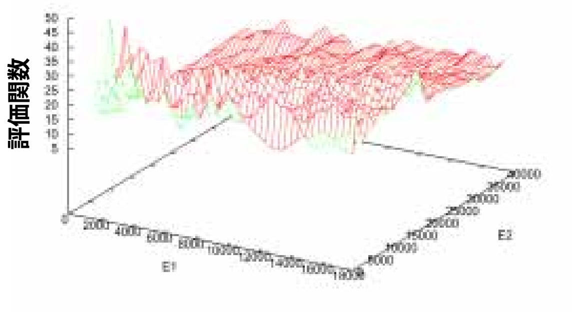

図-3 ２領域の評価関数

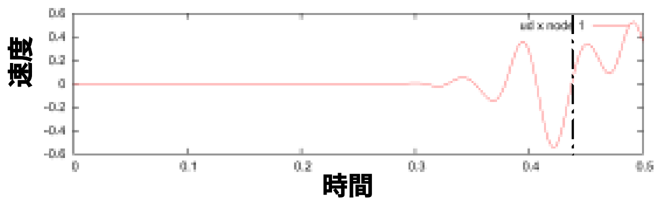

図-4 観測位置Ａでの速度の時系列

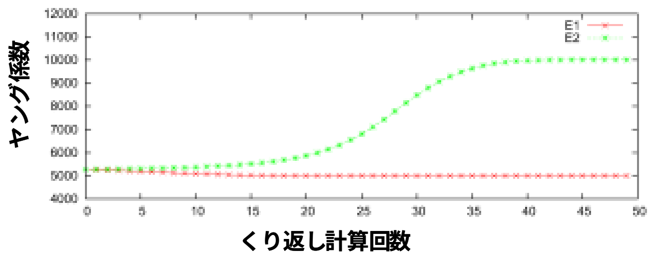

図-5 E_1 と E_2 の同定計算結果

参考文献

1) 小泉，川原：随伴方程式法を用いた弾性係数の同定，第 62 回土木学会学術講演会，Ⅲ-341，pp.681-682,2007