

## 砂の平面ひずみ供試体の弾塑性分岐解析：側方拘束条件の検討

東北大学 学生会員 ○山口洋介  
 東北大学 正会員 山川優樹  
 東北大学 正会員 池田清宏

## 1. 序論

地盤材料は様々な局所変形モードを示し、この現象は弾塑性分岐に強く支配されていることが明らかになりつつある。新たな試験法の一つとして、三主応力制御試験（真三軸試験）が開発されている。これは直方体の供試体に対して固定された主軸方向の3主応力を独立に制御するものである。Desrues et al.<sup>1)</sup>は供試体周囲を剛板で囲い、側方拘束圧を与える装置（ここでは側方変位拘束型試験と称する）を用いてこの試験を行った。この試験条件では従来、せん断帯が形成しにくいと言われていたが、Desruesらは局所変形モード（simple/double mechanismなど）の発生を確認している（図-1 参照）。

本研究ではこの試験を模した弾塑性分岐解析を行い、局所化の発生が供試体の不均一さや拘束板との摩擦等によるものではなく、均質材料の分岐現象に起因するものであることを示す。併せて、一般的な水圧による側方拘束（ここでは側方応力拘束型試験と称する）の場合との分岐発生及び分岐挙動の違いについても考察を行う。

2. J. Desrues et al.<sup>1)</sup>の実験

本研究では、文献<sup>1)</sup>の側方変位拘束型平面ひずみ圧縮試験の実験条件の数値シミュレーションを行った。実験は、供試体周囲6面を剛板で取り囲み、分岐後も側方変位が均一になるようにしている。本研究で比較対象とする実験では奥行き方向変位を拘束しており（ $\varepsilon_2 = 0$ ）、実質的には平面ひずみ試験であるが、剛板反力として中間主応力が計測されている。供試体の初期寸法は0.1m × 0.1m × 0.1m、飽和・排水条件、有効拘束圧 $\sigma'_3 = 300$  kPaである。形成されたせん断帯の模式図を図-1 (a) に示す。変形局所化は軸ひずみ $\varepsilon_a := -\ln(H/H_0) = 0.03 \sim 0.05$ の間で発生したと報告されている。なお、この試験機を用いて三軸圧縮試験（ $\sigma_2 = \sigma_3$ ）も行われており、その実験で観察された局所化モードを図-1 (b) に示す。

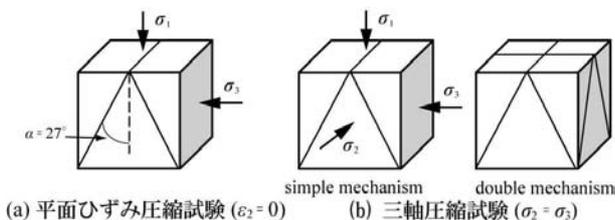


図-1 側方変位拘束型試験<sup>1)</sup>によって確認されたせん断帯

## 3. 側方変位拘束型平面ひずみ試験の分岐解析

前述の実験の数値シミュレーションを行い、実験挙動との比較及び供試体の分岐挙動について考察する。分岐点まで実験結果と良好なカーブフィッティングを行うため、

構成モデルに下負荷面 Cam-clay モデル<sup>2)</sup>を用いた。解析に用いた有限要素解析モデルを図-2 に、材料定数を表-1 に示す。有限要素は8節点2次アイソパラメトリック要素を用いた。明確な残留状態まで実験が行われていないため、構成式応答が実験曲線のピーク応力付近までを近似するように材料定数を定めた。実験と同様に初期等方拘束圧300 kPaを作用させた。分岐解析は文献<sup>3)</sup>の方法を用いて行った。

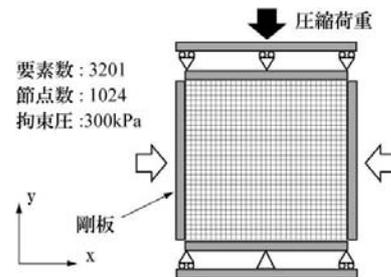


図-2 有限要素解析モデル（変位拘束型）

表-1 下負荷面 Cam-clay モデルの材料定数

初期のせん断弾性係数	$\mu_0$	32.5MPa
せん断弾性係数の等方圧依存性	$\alpha$	100
弾塑性圧縮係数	$\tilde{\lambda}$	0.0208
弾性圧縮係数	$\tilde{\kappa}$	0.00208
内部摩擦角	$\phi$	30°
限界状態定数	$M$	1.200
初期の過圧密比	$R_0$	30.00

## (1) 釣り合い経路と分岐モード

図-3 に数値分岐解析により求められた基本経路と第1分岐点から第8分岐点において派生した分岐経路を実線で、実験曲線を破線でそれぞれ示す。また、図-4 に分岐モードと分岐直後のせん断ひずみ分布の一例を示す。基本経路は一樣変形状態であり、構成式応答に等しい。分岐点を小さい方から (a) - (h) として、それに対応する分岐経路を (A) - (H) としている。図-4 に示すように、分岐モードは対称あるいは反対称な拡散型分岐モードであり、供試体周囲は剛板で拘束されているため、分岐モード及び分岐後の変形モードは供試体の初期の輪郭（長方形）を崩さずに供試体内部だけが不均一に変形する解が表れている。分岐後、荷重は急激に低下し、一樣変形状態（基本経路）に比べ破壊の進行がはやく、体積変化の膨張傾向は緩やかになっている。この結果は一般的な砂の強度試験における残留状態を定性的に示している。分岐後の力学挙動に対して構成モデルや材料定数がどの程度影響しているかについて明確な傾向を見出すことは困難であるが、いずれの分岐経路においても残留時の応力は限界応力比  $M$  に強く依存している。

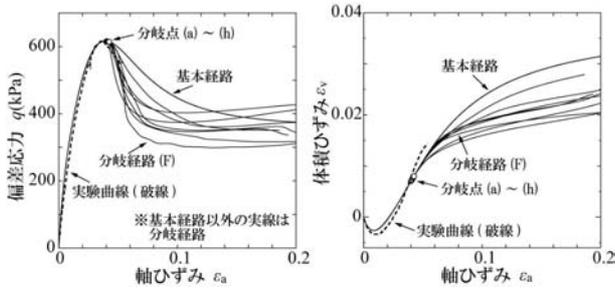


図-3 FEMによる釣り合い経路(側方変位拘束型)

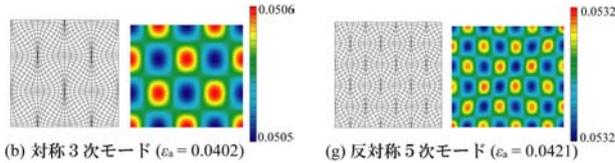


図-4 分岐モードと分岐直後のせん断ひずみ分布(側方変位拘束型)

(2) 分岐後の変形挙動

図-3に示した分岐経路(F)上の分岐直後からの変形挙動の推移を図-5に示す.分岐直後に周期的に配置している斑模様のせん断ひずみに沿ってせん断ひずみ局所化領域が形成されているが,  $\epsilon_a = 0.0562$ 付近で隣接した平行な帯状のせん断ひずみ局所化領域間を結ぶような形でこれまでとは異なる角度の新しいせん断帯が形成されており,最終的に鋭いV字のせん断帯が形成されている.この変形局所化パターンは図-1(a)に示す実験結果と定性的に一致している.変形後のせん断帯の角度は  $\alpha = 32.11^\circ$ であり,実験結果で得られたせん断帯の角度( $\alpha = 27^\circ$ )より大きくなった.

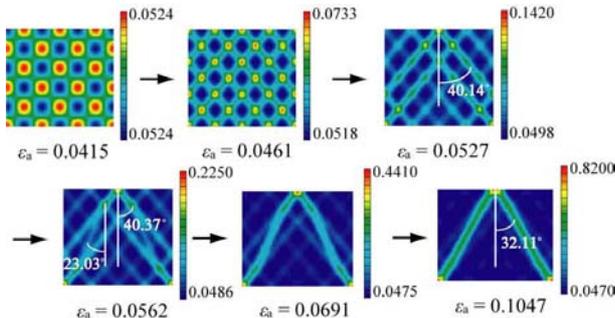


図-5 分岐経路(F)の分岐後の破壊形態

4. 側方拘束条件の検討

側方境界に側方応力拘束型を適用した解析を行い,側方拘束条件が分岐発生及び分岐挙動にもたらす影響について考察する.側方拘束条件以外の解析条件は前章と同様である.

(1) 釣り合い経路と分岐モード(応力拘束型境界)

側方応力拘束型においても一様変形状態ならば側方剛板の影響はないため基本経路は側方変位拘束型と一致する.図-6に数値分岐解析より求められた釣り合い経路を示す.分岐点を小さい方から(a')-(h')として,それに対応する分岐経路を(A')-(H')としている.図-7に分岐モードと分岐直後のせん断ひずみ分布の一例を示す.分岐点(d')は分岐直後に解が発散したため分岐経路を追跡

することができなかった.図-8には側方応力拘束型の破壊形態の一例として分岐経路(A)における破壊形態を示す.

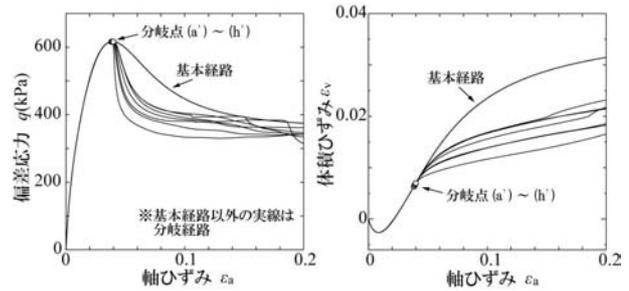


図-6 FEMによる釣り合い経路(側方応力拘束型)

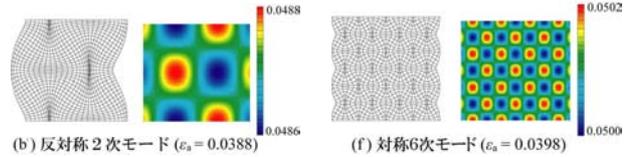


図-7 分岐モードと分岐直後のせん断ひずみ分布(側方応力拘束型)

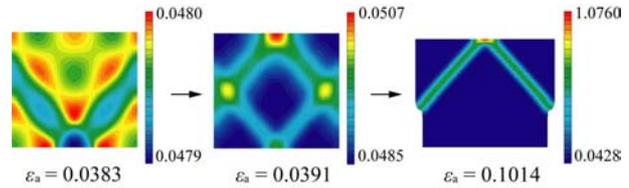


図-8 分岐経路(A')の分岐後の破壊形態

(2) 側方拘束条件の影響の比較

側方変位拘束型では基本経路におけるピーク( $\epsilon_a = 0.0397$ )後, $\epsilon_a = 0.0401$ で分岐点が発生し始めている.側方応力拘束型では $\epsilon_a = 0.0383$ において,ピーク直前に分岐点が発生し始めている.また,側方変位拘束型では44個,側方応力拘束型では48個の分岐点を確認した.この分岐点の数の違いは側方拘束条件に起因するものであるが,数値解析的に両解析条件において分岐発生に大きな差異はないと言える.次に残留状態に至るまでの応力の挙動をみると,側方変位拘束型では分岐経路ごとにばらつきが大きい,側方応力拘束型はいずれの分岐経路においても類似性が見られる.また,残留状態においても側方変位拘束型の方がばらつきが大きくなっており,供試体の巨視的な応答が異なっている.

5. 結論

側方変位拘束型・側方応力拘束型の側方拘束条件下での分岐解析を行い,両条件で分岐の発生を確認するとともに,変形局所化現象が分岐に起因するものであることを示すことができた.また,分岐発生及び分岐挙動に対する境界条件の影響を数値解析的に確認できた.

参考文献

- 1) J. Desrues, J. Lanier and P. Stutz: Localization of the deformation in tests on sand sample. *Engineering Fracture Mechanics*, Vol. 21, No.4, pp. 909-921, 1985
- 2) 橋口公一: 最新弾塑性学. 朝倉書店, 1990
- 3) F. Fujii, Y. Yamakawa: Left and right eigenvectors extracted from the LDU-decomposed Jacobian matrix in stability problems. Proc. of APCOM '07/EPMECS XI, Paper No. GS2-1, 2007.