

節点処理型有限要素法による熱応力下における応力拡大係数解析

東洋大学大学院 学生員 ○鈴木隼人

東洋大学大学院 江澤良孝

東洋大学大学院 矢川元基

1. 緒言

大規模構造物のき裂進展解析を行う場合、モデルが大規模となるため、並列計算機での解析が必要不可欠となる。しかし、工学の幅広い分野で用いられている有限要素法は要素生成に多大な労力を要するという大きな欠点があり、高速化のためには要素生成も含めた並列処理が望まれる。一方、矢川らによって提案されたフリーメッシュ法[1]は、有限要素法のプリプロセスとメインプロセスとを継ぎ目なく並列処理することができる。また、形状適応性の高いリメッシング機能を持ち、要素の更新を頻繁に行うき裂進展問題においては非常に効果的であるということが示されている[2]。フリーメッシュ法はこれまでに、き裂進展解析に適用されているが、熱応力による影響は考慮されていない。そこで本研究では、フリーメッシュ法を熱応力を考慮したき裂問題に適用し、有効性について検討を行う。

2. フリーメッシュ法

フリーメッシュ法は有限要素法をベースとした解析手法で、各節点ごとにその周囲の節点群を用いて一時的に局所的な要素を生成する。局所要素の要素剛性マトリクスのうち、中心節点に関する成分のみを計算し、全ての局所要素の成分を足し合わせることで中心節点に対応する全体剛性マトリクスの成分を得る。

3. き裂問題への適用

(1) 節点発生と局所要素の生成

内部節点についてはき裂先端の応力場の特異性を考慮し、Fig.1 に示すようにき裂先端部は同心円状、それ以外の部分は格子状に発生させる。局所要素の生成には、包装法[3]を用いる。包装法は Delaunay 三角形を一つずつ順々に求めていくアルゴリズムの一つであるが、これは節点座標のみで決定されるため、き裂のような凹部があるような形状に適用すると、物体の幾何形状が失われることになる。そこで、形状を決定付ける幾何情報である表面パッチを保持するような拘束 Delaunay 分割と組み合わせることにより、ロバストに

局所要素を生成する。さらに、多階層型バケットを導入し、処理を高速化する。

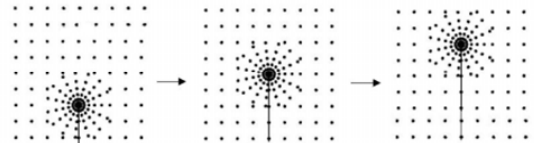


Fig.1 Moving nodes around a propagating crack tip

(2) 応力拡大係数の算出

応力拡大係数は Crack closure integral[4]により算出する。応力拡大係数とエネルギー解放率の関係は次式のようにになる。

$$K_I = \sqrt{G_I E'} \quad K_{II} = \sqrt{G_{II} E'} \quad (1)$$

ただし、 $E' = E$ (平面応力), $E' = E/(1-\nu)$ (平面ひずみ) である。E, ν はヤング率, ポアソン比, G_I , G_{II} はモード I, モード II のエネルギー解放率を表す。 G_I , G_{II} は Crack closure integral より, 次式で与えられる。

$$G_I = \frac{1}{2a\Delta t} f_I \cdot u_I \quad G_{II} = \frac{1}{2a\Delta t} f_{II} \cdot u_{II} \quad (2)$$

ここで、a はき裂先端要素長さ、 Δt は材料厚さ、 u_I , u_{II} はき裂上下面の変位差、 f_I , f_{II} はき裂先端節点における等価節点力である。

(3) 精度検証

前述したフリーメッシュ法を用いたき裂解析の例として Fig.1 に示すモデルの解析を実施した。平面応力状態を仮定して計算を行った。解析結果から得られた応力拡大係数を参照解[5]と比較して Table 1 に示す。応力拡大係数は式(3)により無次元化している。解析値は参照解と良好に一致していることが確認できる。

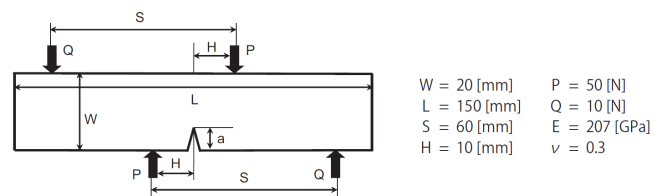


Fig.1 4 point bending test

$$F_i = K_i / \tau_0 \sqrt{\pi a} \quad (i = 1, 2) \quad (3)$$

$$\tau_0 = (P - Q) / W$$

キーワード フリーメッシュ法, 破壊力学, 熱応力

連絡先 〒112-0001 東京都文京区白山 2-36-5 TEL:03-5844-2411 FAX:03-5844-2431

Table 1 Comparison of SIF for 4 point shear loading

a/w	Mode	SIF	
		REF	FMM
0.4	I	0.110846	0.119110
	II	1.166124	1.118046
0.5	I	0.075712	0.078219
	II	1.347100	1.312585
0.6	I	0.054453	0.051670
	II	1.527388	1.461735

(4) 数値解析例

フリーメッシュ法を用いたき裂進展解析の例として、三点曲げ試験を扱う。試験片形状および計算条件を Fig.2 に示す。平面応力状態を仮定し、混合モードの破壊を生じさせるため、試験片中央から 20mm 離れた位置に荷重を与えた。き裂の進展方向は **Maximum tangential stress criterion**[6] に基づくき裂進展方向予測式により決定した。解析結果から得られた破壊経路を Fig.3 に示す。き裂は荷重点の方向に進展すると予想できるが、その破壊挙動が再現できていることがわかる。

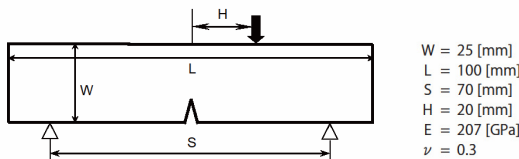


Fig.2 3 point bending test

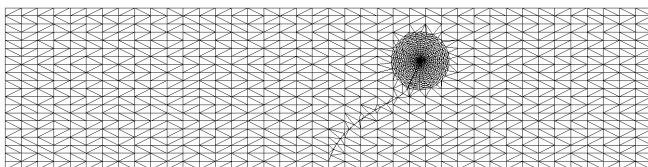


Fig.3 Crack path

4. 熱応力下におけるき裂問題への適用

(1) 熱応力問題への適用

フリーメッシュ法で熱応力解析を行う場合、有限要素法と同様に、熱ひずみ $\{\epsilon_t\}$ による節点荷重ベクトル $\{f_t\}$ を考える。

$$\{f_t\} = [B]^T [D] \{\epsilon_t\} \Delta t A \quad (4)$$

式(4)において A は要素の面積を表す。 $\{f_t\}$ は要素毎に求められるが、フリーメッシュ法は節点処理型であるため、中心節点に関する成分のみを計算し、全て足し合わせることで作成する。

(2) 熱応力を考慮した Crack closure integral

熱応力問題に対する Crack closure integral[7]を用いると、エネルギー解放率 G_I は次式のようにになる。

$$G_I = \frac{1}{2a\Delta t} (f_I + p_I) \cdot u_I \quad (5)$$

ただし、 P_I は次式によって与えられる $\{P\}$ の f_I 方向成分を表す。

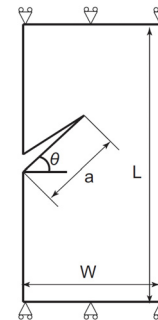
$$\{p\} = \int [B]^T [D] \begin{Bmatrix} \alpha T \\ \alpha T \\ 0 \end{Bmatrix} \Delta t dA \quad (6)$$

ここで、 α は線膨張係数、 T は温度である。

(3) 数値解析例

Fig.4 に示す角度 θ

の傾斜き裂を有する帯板に様な温度分布を与えた場合の熱応力解析を行う。本解析では平面ひずみ状態を仮定した。応力拡大係数の解析結果を



W = 20 [mm]
L = 40 [mm]
a = 10 [mm]
E = 207 [GPa]
ν = 0.3
α = 2.502 × 10⁻⁵ [°C⁻¹]
ΔT = -55.55 [°C]

Fig.4 Thermal stress crack model

Mukhopadhyay ら[8]の境界要素法による結果と Maiti[7]の有限要素法による結果と比較して Table 2 に示す。本手法の結果が参照解と概ね一致していることが確認できる。

Table 2 Comparison of SIF for thermal stress crack

θ	Mode	SIF ($MPa \cdot m^{1/2}$)		
		Mukhopadhyay	Maiti	FMM
20	I	55.28	55.77	57.08
	II	12.33	12.66	13.15
30	I	51.13	51.57	53.76
	II	17.46	17.79	16.74

5. 結言

フリーメッシュ法を熱応力下におけるき裂問題に適用し、応力拡大係数の評価を行った。他の手法と比較し、妥当な解を得られるということが確認された。今後はき裂の進展解析を実施する予定である。

参考文献

- 1) G. Yagawa, et al, Comp. Mech., 18, 383-386, 1996
- 2) G. Yagawa, Int. J. Num. Meth. Eng., 60, 69-102, 2004
- 3) M. Tanemura, et al, Int. J. Comp. Phys., 51, 191-207, 1983
- 4) E. F. Rybicki, Eng. Fract. Mech., 9, 931-938, 1977
- 5) Y. Murakami, et al, 2, 1987, Pergamon press
- 6) F. Erdgan, G.C. Sih, J. Bas. Eng., 85, 519-527, 1963.
- 7) S. K. Maiti, Eng. Fract. Mech., 41, 339-348, 1992
- 8) N. K. Mukhopadhyay, et al, Nuc. Eng. Des., 187, 277-290, 1999