

三次元リングのたたみ込み解析における接線剛性マトリックスの固有値に関する考察

佐賀大学大学院 学生会員○安部光史

佐賀大学 正会員 帯屋洋之

佐賀大学 正会員 井嶋克志

1. 研究目的

超大変形域における座屈現象は幾何学的非線形性を伴う不安定問題として、すでに多くの研究者による報告がある。著者らも、これまで独自の幾何学的非線形理論である接線剛性法を用い、様々な構造系の超大変形挙動を明らかにしてきた。これらの一連の研究の中では、標準固有値問題として求めた接線剛性マトリックスの負固有値数の変化によって分岐点を特定し、さらに分岐点近傍で攪乱荷重を載荷して経路切替をする非常に単純な手法により、三次元星型トラスの多様で複雑な分岐経路を追跡可能であることを示した。

本研究では、以上のような既往の研究で得られた知見をもとに、上記の超大変形分岐経路追跡手法を三次元曲げ軸力部材に適用することを試みたものである。著者らはすでに、ベクトル演算が適用できない有限回転についての合理的な演算法として、座標変換マトリックスの合成による計算手法を開発し、リングのたたみ込み解析に適用しているが、ここでも断面のアスペクト比や初期応力の影響などによって解析不能となる場合があった。その原因としては、

- 1) 対象変形を前提とした支点条件ではなく、非対称変形を許す純たたみ込みの支点条件としたときに分岐点が存在し、この付近で計算不安定になっている。
- 2) 曲げとねじりの間でのひずみエネルギーの交換をうまく捉えられていない。
- 3) 扁平な断面になったときの、強軸についてのせん断変形が考慮されていない。

などが推察されるが、本研究では、1) についての知見を得るため、純たたみ込みの支点条件に対応する接線剛性マトリックスの負固有値数と釣合経路に対する、アスペクト比、初期曲げ応力の有無の影響を調べ、考察する。

2. 解析理論

(1) 接線剛性方程式と接線剛性マトリックスの固有値

節点力ベクトルを $\mathbf{D}$ 、要素端力ベクトル $\mathbf{S}$ 、平衡条件マトリックス $\mathbf{J}$ としたときの平衡条件式とこれの一階微分で表示される接線剛性方程式は式(1)、(2)のようになる。ここで $\mathbf{K}_0$ は接線要素剛性マトリックス、 $\mathbf{K}_G$ は接線幾何剛性マトリックス、 $\mathbf{K}_T$ は接線剛性マトリックスである。

$$\mathbf{D} = \mathbf{JS}, \quad \mathbf{J}\delta\mathbf{S} + \delta\mathbf{JS} = (\mathbf{K}_0 + \mathbf{K}_G)\delta\mathbf{d} = \mathbf{K}_T\delta\mathbf{d} \quad (1), (2)$$

接線剛性マトリックスの固有値は、標準固有値問題として次式によって求める。

$$\mathbf{K}_T\mathbf{x} = \lambda\mathbf{x} \quad (3)$$

3. 数値計算例

図-1 のような半径 $R=30\text{m}$ のリングの下端を完全固定とし、上端に対して①リング法線軸回りに回転を与える（以下、法線回り）②リング接線軸回りに回転を与える（以下、接線回り）の2通りの載荷パターンにより解析を行なった。また、断面形状については、図-2 に示すように、 $b=0.6\text{m}$ として、 h を 0.15m 、 2m 、 0.3m とすることによってアスペクト比の比較を行なった。

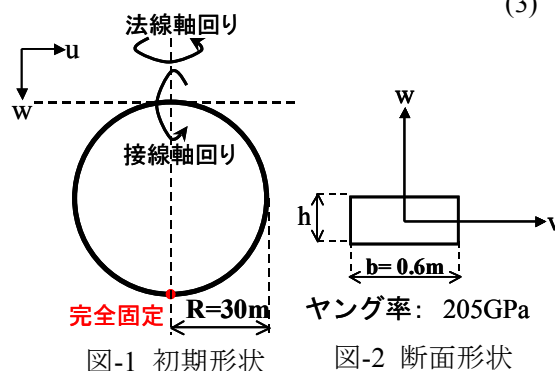


図-1 初期形状

図-2 断面形状

キーワード 接線剛性法、有限回転、固有値、分岐点、アスペクト比、
連絡先 〒840-8502

佐賀県佐賀市本庄1 国立大学法人 佐賀大学

図-3～6は荷重変位曲線と変形図であり，図-3は無応力のリングを法線回りでたたみ込んだ場合，図-4は無応力状態の直線のはりを円形に変形させたときに発生する曲げモーメント $M=EI/R$ を初期曲げ応力として導入したリングを法線回りでたたみ込んだ場合，図-5は無応力のリングを接線回りでたたみ込んだ場合，図-6は図-4と同様に初期曲げ応力を導入したリングを接線回りにたたみ込んだ場合である。各荷重変位曲線の色（濃淡）は接線剛性マトリックスの負固有値の数を表しており，非対称変形を許す純たたみ込みの支点条件下では，無応力リングをたたみ込む場合でも，極値となる屈伏点以外にも負固有値の数に変化が見られ，分岐点が存在していることが判る。また，初期曲げ応力を導入した場合には，三重円にたたみ込むことができず，三重円形状は主径路上ではなく，別の径路上に存在するものと思われる。

4. まとめ

経路上の負の固有値数をモニタすることによって，リングのたたみ込みの過程における分岐点の存在が確認できた。また，初期応力を導入した場合には無応力リングのたたみ込みとは異なる挙動を示し，実際のリングが三重円にたたみ込まれる際には，飛び移りが起こっているものと推察できる。講演当日は分岐後の挙動についての計算結果を示す予定である。

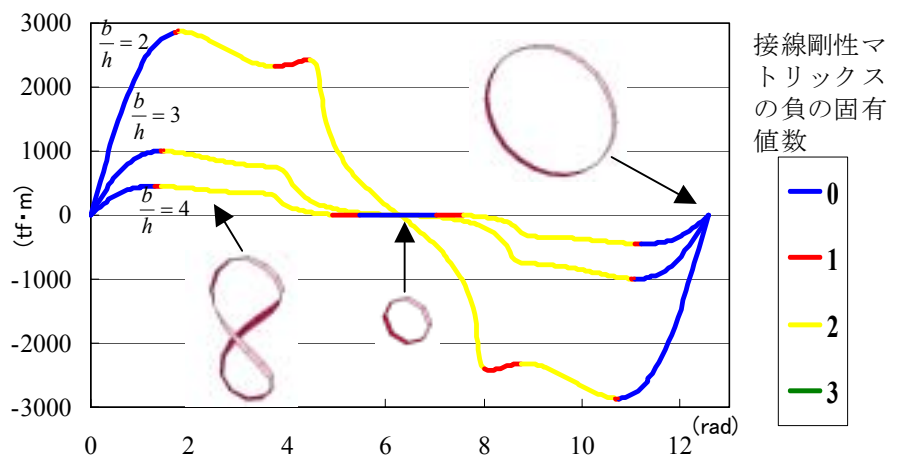


図-3 法線回り(初期応力なし)

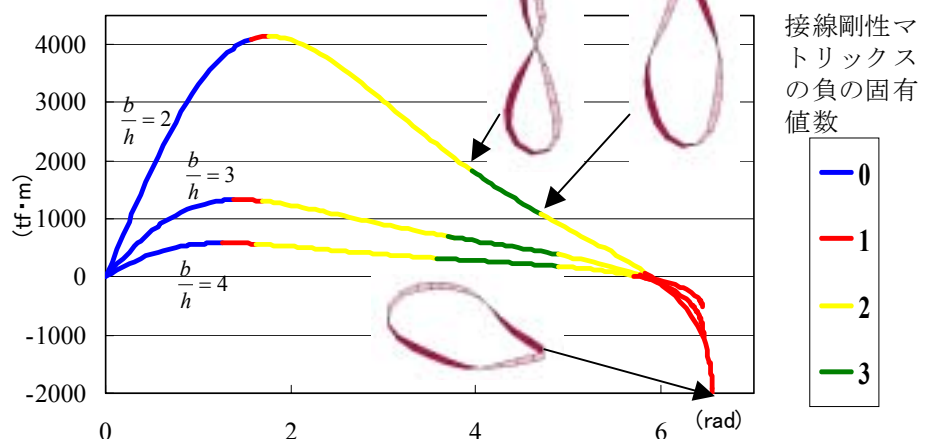


図-4 法線回り(初期応力あり)

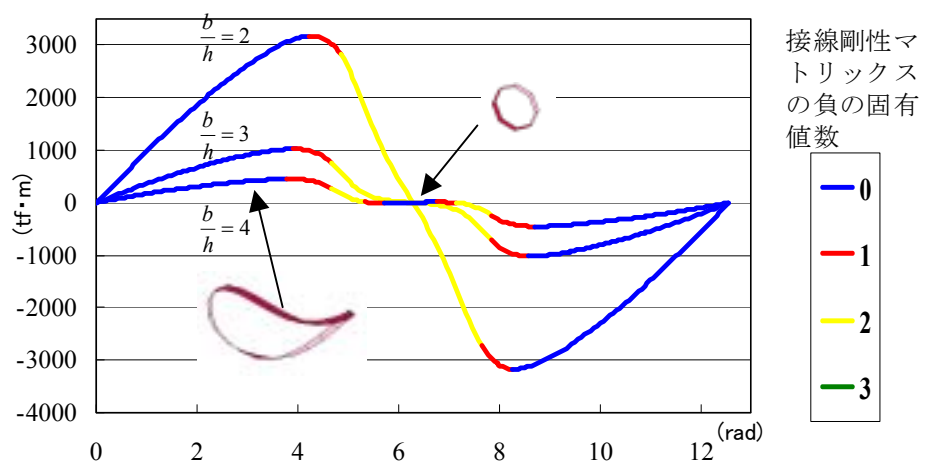


図-5 接線回り(初期応力なし)

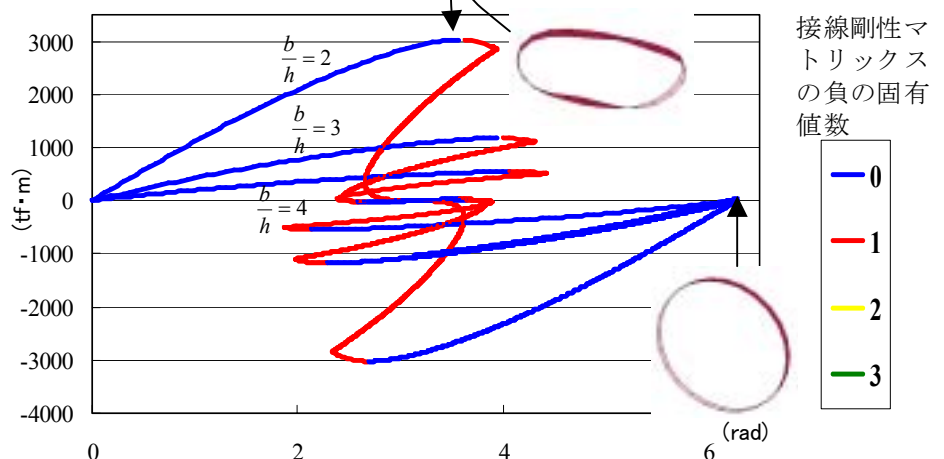


図-6 接線回り(初期応力あり)