

パイプインパイプの曲げ作用に対する弾性座屈挙動の基礎的考察

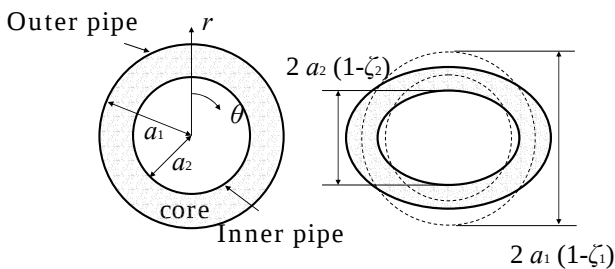
北海道大学大学院工学研究科 学生員 ○嶋崎賢太
 北海道大学大学院工学研究科 正 員 佐藤太裕
 北海道大学大学院工学研究科 正 員 蟹江俊仁
 北海道大学大学院工学研究科 フェロー 三上 隆

1. はじめに

静水圧や曲げ作用に対する耐崩壊性、石油やガスといった高温流動体に対する断熱性などの要求性能を満足するパイプライン形式として、内側と外側の鋼製の薄いパイプの間に比較的厚いコアを挟んだパイプインパイプ断面(図-1(a))が考えられる。

シェル構造は曲げを受けると断面がつぶれるように変形し(Brazier 効果¹⁾)、曲げモーメント最大の位置で変形が局所化して崩壊に至ることが多い。それに対しパイプインパイプ構造は、コアの作用により断面のつぶれが抑制され、滑らかな曲線を描くように変形し、曲げ作用に対し非常に有効な構造形式である。本研究は、Karam ら²⁾の行った弾性体充填パイプにおける曲げ理論をパイプインパイプに拡張することにより、Brazier 効果の検証およびパイプ圧縮側に発生の予想される局部座屈について、解析的に検討を行うことを目的とする。

2. 解析モデル



(a) パイプインパイプ (b) 断面のつぶれ

図-1 断面図

コアは等方性を有する弾性体(ヤング係数 E_c 、ポアソン比 ν_c)、外側、内側のパイプ(厚さ t_1, t_2)はコアに比べて非常に薄い弾性体(ヤング係数 E_p 、ポアソン比 ν_c)としてモデル化する。実際の現象は曲率増加と断面のつぶれが同時進行するが、断面がつぶれた後、その断面を保持して曲率を生じると仮定する。断面変形の過程は、非常に長いパイプライン

として、2次元平面ひずみ状態を仮定し、断面は図-1(b)のように楕円形につぶれ、はじめの直径から短軸方向に減少した長さの割合を楕円化率 ζ 、曲率は軸方向に一定値 C とする。

3. 現象の定式化

パイプの楕円化を以下の変位で表現する¹⁾。ここで w は半径方向、 v は円周方向変位、添え字の 1, 2, c はそれぞれ外側・内側パイプ、コアについてである。

$$w_i(\theta) = a_i \zeta_i \cos 2\theta \quad (1.a)$$

$$v_i(\theta) = -\frac{a_i}{2} \zeta_i \sin 2\theta \quad (1.b)$$

コアの変位は内外パイプの変位との連続条件を満たす r の 1 次式を仮定し、変形によりパイプの単位長さに蓄えられるひずみエネルギーは以下になる²⁾。

$$U = U_{oval} + U_{curve} + U_v \quad (2)$$

ただし、右辺の各項はそれぞれ、断面の楕円化、楕円断面の曲げ、コアのポアソン比効果がパイプに抑制されることによるひずみエネルギーである。

$$U_{oval} = \frac{3}{8} \pi E_p h_1^2 \frac{t_1}{a_1} \zeta_1^2 + \frac{3}{8} \pi E_p h_2^2 \frac{t_2}{a_2} \zeta_2^2 - \pi E_c \left[4(a_1 - a_2)(a_1 \zeta_1 - a_2 \zeta_2)(a_2^2 \zeta_2 (3 - 5\nu_c) - a_1^2 \zeta_1 (3 - 5\nu_c) + a_1 a_2 (\zeta_1 - \zeta_2)(3 - 7\nu_c)) - 9a_1^2 a_2^2 (\zeta_1 - \zeta_2)^2 (1 - 2\nu_c) \ln(a_1 / a_2) \right] / [16(a_1 - a_2)^2 (1 + \nu_c)(1 - 2\nu_c)] \quad (3)$$

$$U_{curve} = \frac{\pi}{2} a_1^3 C^2 E_p t_1 \left(1 - \frac{3}{2} \zeta_1 + \frac{5}{8} \zeta_1^2 \right) + \frac{\pi}{2} a_2^3 C^2 E_p t_2 \left(1 - \frac{3}{2} \zeta_2 + \frac{5}{8} \zeta_2^2 \right) + \frac{\pi}{8} C^2 E_c \left[a_1^4 \left(1 - \frac{3}{2} \zeta_1 + \frac{5}{8} \zeta_1^2 \right) - a_2^4 \left(1 - \frac{3}{2} \zeta_2 + \frac{5}{8} \zeta_2^2 \right) \right] \quad (4)$$

$$U_v = [\pi(a_1^4 - a_2^4) C^2 E_c \nu_c^2] / [4(1 - \nu_c - 2\nu_c^2)] \quad (5)$$

ひずみエネルギーの停留条件とカスティリアノの定理より、 ζ_1, ζ_2 及び M を C の関数として求める。

キーワード：パイプインパイプ、曲げ、ひずみエネルギー、Brazier effect、局部座屈
 連絡先：〒060-8628 札幌市北区北13条西8丁目 北海道大学大学院工学研究科
 TEL 011-706-6176 FAX 011-706-6174

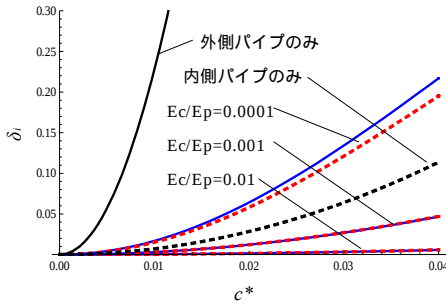


図 - 2 断面のつづれ

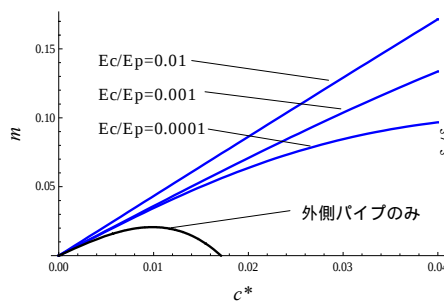
($a_2/a_1=0.5$, $t_1/a_1=0.02$)

図 - 3 曲げモーメント

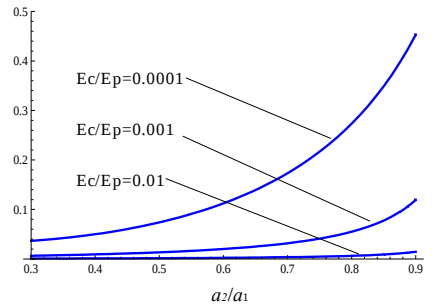
($a_2/a_1=0.5$, $t_1/a_1=0.02$)

図 - 4 つづれの減少率

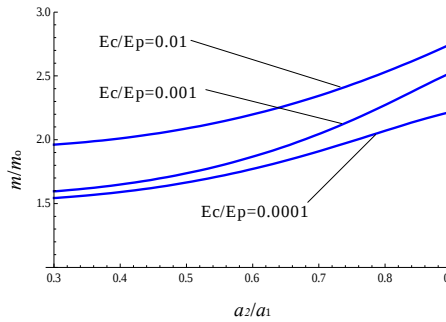
($c^*=0.01$, $t_1/a_1=0.02$)

図 - 5 曲げモーメントの増加率

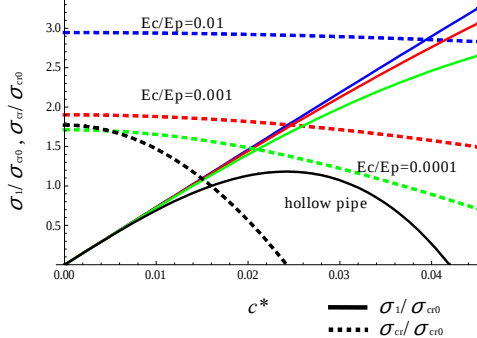
($c^*=0.01$, $t_1/a_1=0.02$)

図 - 6 縁応力と座屈応力

($a_2/a_1=0.5$, $t_1/a_1=0.02$)

$$\partial U / \partial \zeta_i = 0 \quad (6)$$

$$M = \partial U / \partial C \quad (7)$$

曲率増加によりパイプの圧縮縁応力が増加し、以下の値に達した時、最大圧縮点にてパイプが局部的に弾性座屈（局部座屈）を生じるものとする²⁾。ただしコアは弾性領域を保ち、崩壊しないと仮定する。

$$\sigma_{cri} = (1 - 3\zeta_i) \sigma_{cr, Ni} \quad (8)$$

$\sigma_{cr, Ni}$ はパイプインパイプに軸圧縮力のみ作用した場合に弾性座屈が生じる時の応力であり、独自に導出した厳密解を用いる。また、断面中心からつづれたパイプの最大圧縮点までの長さを y_{max} とすると最大圧縮応力は次式で表せる。

$$\sigma_{max i} = E_p C y_{max i} = E_p C a_i (1 - \zeta_i(C)) \quad (9)$$

式(8), (9)より、局部座屈が生じる条件は下式になる。

$$E_p C a_i (1 - \zeta_i(C)) = (1 - 3\zeta_i(C)) \sigma_{cr, Ni} \quad (10)$$

4. 解析結果と考察

断面のつづれ $\delta_1 (= 1 \cdot \zeta_1)$, $\delta_2 (= a_2/a_1 \cdot \zeta_2)$ (外側パイプ半径が単位長さのとき) 及び曲げモーメントと曲率の関係はそれぞれ図 - 2 , 図 - 3 になる。実線、破線はそれぞれ外側、内側パイプのものである。ただし C と M は $c^* = C a_1$, $m = M / E_p t_1 a_1^2$ として無次元化してグラフに用い、 $\nu_p = 0.3$, $\nu_c = 0.4$ とした。

図 - 4 , 図 - 5 は $c^* = 0.01$ としたときのコアの厚さと断面のつづれの減少率及び曲げモーメントの増

加率との関係を示したものである。ここで δ_0 , m_0 は外側のパイプのみの場合のつづれと曲げモーメントである。図 - 6 は外側パイプについて式(8), (9)の値をプロットしたものである。実線と破線の交点が局部座屈の生じる応力と曲率に対応する。これらの図より、単管パイプに比べパイプインパイプは、断面のつづれを大幅に抑制することが可能であり、かつ曲げ作用に対する抵抗性が向上することがわかる。また、局部座屈が生じる応力・曲率はコア剛性の増加と共に大きくなる傾向が確認される。

5. まとめ

本研究を通し、コアの作用によりパイプのつづれを抑制でき、局部座屈荷重を増加させる効果があること示した。今後は、弾性理論で検討した本研究を基に、弾塑性体としての解析や、本構造に対応するパイプの曲げ実験を予定している。

参考文献

- 1) Brazier, L. G.: On the flexure of thin cylindrical shells and other thin sections, Proceedings of the Royal Society of London, A116, 104-114, 1927.
- 2) Karam, G.N. and Gibson, L.J.: Elastic buckling of cylindrical shells with elastic cores - I. Analysis, International Journal of Solids and Structures, Vol.32, No.8/9, pp.1259-1283, 1995.