

寒冷地におけるトンネル覆工コンクリートの劣化過程予測モデル

○武蔵工業大学 正会員 丸山 収

武蔵工業大学 正会員 須藤敦史

(独)土木研究所寒地土木研究所 正会員 佐藤 京

(独)土木研究所寒地土木研究所 正会員 西 弘明

1. はじめに

トンネル構造物の維持管理を合理的かつ経済的に行うために、トンネル管理システム構築の重要性が指摘されている。トンネル管理システムの確立のためには、トンネル構造物の供用期間中の損傷度・破損程度の時間的な推移を、適切に予測、評価するサブシステムが必要である。本研究では、供用期間中の経年劣化状態を、伊藤型確率微分方程式にモデル化して予測および現状評価するモデル構築を行う。

2. トンネル覆工コンクリート健全度低下モデル

トンネル覆工コンクリートの健全度低下モデルは、確率過程を用いて、各スパンや全体の健全度低下傾向の不確実性を考慮して、確率的パスで表現することができる。トンネル覆工の健全度低下モデルとして幾何学的ブラウン運動を適用できると仮定し、健全度の劣化過程を次式の伊藤型確率微分方程式で表現する。

$$dX(t) = \beta X(t)dt + \sigma X(t)dW_1(t) \quad (1)$$

ここに β は平均劣化率(トレンド)、 σ は自然的劣化の分散の程度を表すパラメータ(ボラティリティ)である。 $W_1(t)$ はウィナー過程であり、① $W_1(t)$ は連続であり $W_1(0) = 0$ である。② $W_1(t)$ は正規分布 $N(0, t)$ に従う。③増分 $W_1(s+t) - W_1(s)$ は正規分布 $N(0, t)$ に従い、時刻 s までの $W_1(t)$ の履歴とは独立である(マルコフ過程)という3つの性質を満足すると仮定する。

3. 最尤法によるパラメータ同定⁽¹⁾

式(1)は、大きく分けて2つの部分からなる。右辺第一項の平均的な動き、すなわちドリフト項と、第二項の確率的な動き、すなわち拡散項である。式(1)から分かるように、幾何ブラウン運動では劣化状態の拡散項が劣化の大きさに比例して変化すると仮定されているために、より劣化が進行すればその拡散の仕方も大きくなる。幾何ブラウン運動に対して変数変換により、

$y_t = \ln(X_t)$ とし、「伊藤の公理」により式(2)を得る。

$$y_t = y_0 + (\beta - \frac{1}{2}\sigma^2)t + \sigma B_t \quad (2)$$

ここで、 B_t が標準ブラウン運動であるために、 y_t は平均 $y_0 + (\alpha - \alpha^2/2)t$ 、分散 $\sigma^2 t$ の正規分布に従うことがわかる。離散データに対してインデックス番号を与え、方程式を離散データに対して表現する。

$$y_{m+1} - y_m = (\beta - \frac{1}{2}\sigma^2)(t_{m+1} - t_m) + \sigma(B_{m+1} - B_m) \quad (3)$$

ここで、 $dy_t = y_{m+1} - y_m$ 、 $dt = t_{m+1} - t_m$ 、 $dB_t = B_{m+1} - B_m$ 。

尤度関数の導出にはブラウン運動に着目する。 B_m は標準ブラウン運動であるから $(B_{m+1} - B_m)$ は、平均値0、分散 $(t_{m+1} - t_m)$ の正規分布に従うことになる。したがって、 $(y_{m+1} - y_m)$ は、平均 $E = (\beta - \sigma^2/2)(t_{m+1} - t_m)$ であり、分散 $V = \sigma^2(t_{m+1} - t_m)$ の正規分布の確率変数であることがわかる。実際に観測される時系列データ $(X_{t_0}, X_{t_1}, \dots, X_{t_N})$ を考えると、最尤法により係数 (β, σ) の推定値はそれらの観測データが最も高い確率で抽出されるように算出される。観測データ $(X_{t_0}, X_{t_1}, \dots, X_{t_N})$ に対して、 $y_t = \ln(X_t)$ と対数変換されたデータ $(y_{t_0}, y_{t_1}, \dots, y_{t_N})$ を考えると

$$\begin{aligned} p(X_{t_0}, X_{t_1}, \dots, X_{t_N}) \\ = p(y_{t_0}, y_{t_1}, \dots, y_{t_N}) \left| \frac{\partial(y_{t_0}, y_{t_1}, \dots, y_{t_N})}{\partial(X_{t_0}, X_{t_1}, \dots, X_{t_N})} \right| \end{aligned} \quad (4)$$

ここで、 $\left| \frac{\partial(\dots)}{\partial(\dots)} \right|$ はヤコビアン行列の行列式の絶対値で

ある。上式の両辺の対数を取ると、観測データ $(X_{t_0}, X_{t_1}, \dots, X_{t_N})$ に基づいた対数尤度関数は、

$$\begin{aligned} \log p(X_{t_0}, X_{t_1}, \dots, X_{t_N}) \\ = \log p(y_{t_0}, y_{t_1}, \dots, y_{t_N}) - \sum_{n=0}^N \log(X_{t_n}) \end{aligned} \quad (5)$$

キーワード： トンネル覆工コンクリート、健全度評価、確率微分方程式、最尤法

連絡先：〒158-8557 世田谷区玉堤 1-28-1 TEL 03-3703-3111, E-mail:omaruya@sc.musashi-tech.ac.jp

従って、観測データ ($X_{t0}, X_{t1}, \dots, X_{tN}$) に対する係数の値は、式 (5) を最大化することによって推定できる。ただし、式(5)において、

$$\begin{aligned} & \log p(y_{t0}, y_{t1}, \dots, y_{tN}) \\ &= \log p(y_{t0}) + \log \prod_{n=0}^{N-1} p(y_{t_{n+1}} | y_{t_n}) \\ &= \log p(y_{t0}) - \frac{1}{2} \sum_{n=0}^{N-1} \left[\log(2\pi V) + \frac{(y_{t_{n+1}} - y_{t_n} - E)^2}{V} \right] \end{aligned} \quad (6)$$

4. 劣化度の評価指標

トンネル覆工コンクリートの劣化度を示す指標として代表的な劣化現象である「ひび割れ」を使用する。まず、幅 0.3mm 以上と 0.3mm 未満それぞれのひび割れ延長、ひび割れの交点の数 (0.3mm 以上が関連するものと、0.3mm 未満同士の場合とを区別)、またひび割れのパターンを表 1 のように場合分けして、重み付けを行って評価を試みている。

表 1 ひび割れパターンの分類

種別	ひび割れ幅の条件	ひび割れパターン
A	0.3mm以上	短いひび割れ散布
B	0.3mm以上	長いひび割れ(クロスあり)
C	0.3mm以上	大きな三角・四角形
D	0.3mm以上	特定部分が密(クロスあり)
E	すべてのひび割れ	その他平凡
F	0.3mm未満	短いひび割れ散布
G	0.3mm未満	長いひび割れ(クロスあり)
H	0.3mm未満	大きな三角・四角形
I	0.3mm未満	特定部分が密(クロスあり)

表 2 ひび割れの重み

交点の種類	ウェイト
0.3mm未満同士	0.003
0.3mm以上関連	0.1

なお、交点に関して 0.3mm 未満同士の交点については剥落の要因になる等、第三者被害の面で危険度はそれほど高くないと考えられるため、0.3mm 以上が関連する交点とはウェイト面で表 2 に示す値を設定した。

次に、トンネルの年代と劣化度の関係を求めるには、覆工コンクリートにおける劣化度の平均値を算出しなければならない。標本の分散値より大きな評価値は特異点として除いている。ここで覆工コンクリートの劣化評価値は以下となり、0 点を健全として評価点数が大きいほど劣化が進行している。

評価値 = 区間比 × 補正係数 + 交点数 × 交点ウェイト

補正係数 = ウェイト I × ウェイト II × 打音ウェイト

ウェイト I : 変状種類別の係数(重み)

ウェイト II = ひび割れ長さ × ひび割れパターンウェイト

ウェイト II : 発生原因・位置・状態による係数

打音ウェイト : 打音検査による係数

なお、ウェイト II と打音ウェイトについては、それぞれ材料劣化 1.5、清音・反発 1.0 に固定している。

5. 計算結果

北海道内の小樽地区のトンネルで実施された点検データを用い、ひび割れを評価指標とした覆工コンクリートの経年劣化の同定を行っている。以下に示す図表において、在来トンネルを Type-1 トンネル、NATM トンネルを Type-2 トンネルとしている。

図 1 は在来トンネル、図 2 は NATM トンネルの場合であり、それぞれ同定した確率微分方程式をもとにシミュレーションにより再現された劣化過程を観測データ (▲) とともに示している。

概ねトレンド成分と年次観測データのばらつき具合を適切に表現したモデル化が行われているものと思われる。ただし、解析例に用いたデータは補修、補強などの修繕を行ったデータも、そのまま用いているので、純粋な経年劣化状態を表現するものではなく、この点に関する検討を行うことが課題と考えている。

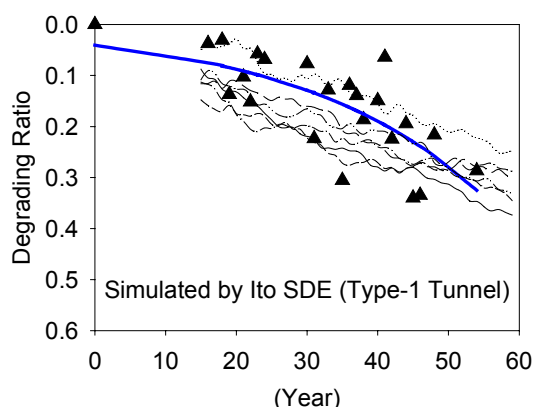


図 1 在来トンネルの劣化状態のシミュレーション

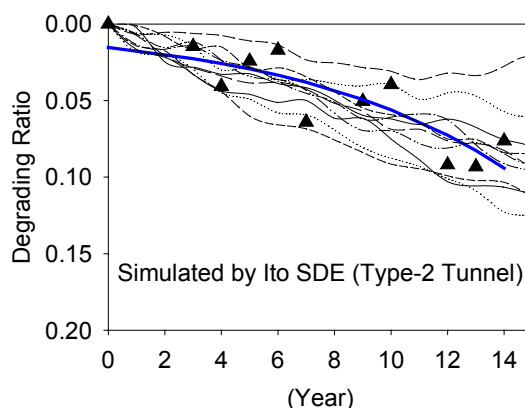


図 2 NATM トンネルの劣化状態のシミュレーション

参考文献:(1)吉本:不確実性下における人工林施業の経済分析,統計数理, vol.51, no.1, pp.121-133,2003.