

安定化有限要素法を用いた建物周辺気流解析の精度検証

中央大学大学院 学生員 ○八田 政知
中央大学 正会員 櫻山 和男

1. はじめに

都市域において、良好な大気環境を創出するためには、都市計画の段階から、ビル風などの大気環境の予測・検証を行う必要がある。都市域の大気環境問題で取り扱われる流れは、一般に Reynolds 数が非常に高く、そして、建物周辺では、剥離、再付着、循環などさまざまな流れの性状を含み複雑な乱流場を形成する。また、数値解析により都市の大気環境流れ解析を定量的に行うためには、構造物や地形などを正確に表現することが望まれる。これらの任意複雑形状の適合性において、有限要素法は優れた手法であるといえる。

著者らはこれまで、Smagorinsky モデル¹⁾を用いた安定化有限要素法²⁾による平行平板間乱流の LES を行ってきた³⁾。しかし、建物周辺気流などの複雑な流れ場での検討は十分ではなかった。そこで本論文では、複雑乱流場における本手法の精度検証を行った。数値解析例として立方体周辺気流解析および複合建物モデル周辺気流解析を取り上げ、既存の実験値^{4) - 6)}および数値解析解^{4) - 6)}と比較を行った。

2. 数値解析手法

(1) 基礎方程式

非圧縮粘性流体を考え、無次元化、フィルタリングを施した、Grid Scale (GS) の運動方程式、連続式はそれぞれ式 (1)、(2) で表される。

運動方程式；

$$\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial t} + \bar{u}_j \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{p}}{\partial x_i} - \frac{1}{Re} \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i} \right) + \frac{\partial \tau_{ij}}{\partial x_j} = 0 \quad (1)$$

連続式；

$$\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_i} = 0 \quad (2)$$

$$\tau_{ij} = \overline{u_i u_j} - \bar{u}_i \bar{u}_j \quad (3)$$

$\bar{u}_i$, $\bar{p}$ はそれぞれフィルタリングを施した流速、圧力である。 $Re (= UL/\nu)$ は Reynolds 数である。但し、 U は代表流速、 L は代表長さ、 ν は動粘性係数をそれぞれ表している。また、 τ_{ij} は Subgrid Scale (SGS) 応力を表す。格子で捉えることのできない乱れの流れ場に与える影響は、 τ_{ij} を通じて GS の運動方程式に現れる。

(2) Smagorinsky モデル

SGS 応力 τ_{ij} は、Smagorinsky モデル¹⁾により以下のようにモデリングされる。

$$\tau_{ij} = -2\nu_{SGS} \bar{S}_{ij}, \quad \bar{S}_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i} \right) \quad (4)$$

$\bar{S}_{ij}$ は GS の変形速度テンソルである。 ν_{SGS} は SGS 渦粘性係数であり、式 (5) で表される。

$$\nu_{SGS} = (C_s f_s \Delta)^2 (2\bar{S}_{ij} \bar{S}_{ij})^{1/2} \quad (5)$$

$$\Delta = V_e^{1/3} \quad (6)$$

$$f_s = 1 - \exp \left(-\frac{y^+}{A^+} \right), \quad A^+ = 25 \quad (7)$$

C_s は Smagorinsky 定数、 Δ はフィルター幅であり、 V_e は四面体要素の体積である。 f_s は van Driest の壁面減衰関数であり、式中の y^+ は壁座標、 A^+ は無次元定数である。

(3) 境界条件

Dirichlet 型、Neumann 型の境界条件は、それぞれ式 (8)、(9) のように与えられる。

$$\bar{u}_i = g_i \quad \text{on} \quad \Gamma_g \quad (8)$$

$$\left\{ -\bar{p} \delta_{ij} + 2 \left(\frac{1}{Re} + \nu_{SGS} \right) \bar{S}_{ij} \right\} n_j = k_i \quad \text{on} \quad \Gamma_k \quad (9)$$

ここで、 g_i , k_i はそれぞれ流速、トラクションの既知量、 n_j は外向き単位法線ベクトルを表す。

(4) 安定化有限要素法

基礎方程式 (1)、(2) に対して、移流卓越・圧力振動を抑えるために、SUPG/PSPG 法に基づく安定化有限要素法²⁾を適用し、P1/P1 (流速・圧力 1 次) 要素を用いて空間方向の離散化を行った。時間方向の離散化には 2 次精度を有する Crank - Nikolson 法を用いた。移流項における移流速度 $\bar{u}_i$ は 2 次精度 Adams - Bashforth 法により近似した。なお、連続式、圧力は陰的に取り扱っている。連立一次方程式の解法には、Element-by-Element Bi-CGSTAB2 法を用いた。

3. 数値解析例

複雑乱流場における本手法の精度検証を行うために、立方体周辺気流解析および複合建物モデル周辺気流解析を行った。

(1) 立方体周辺気流解析

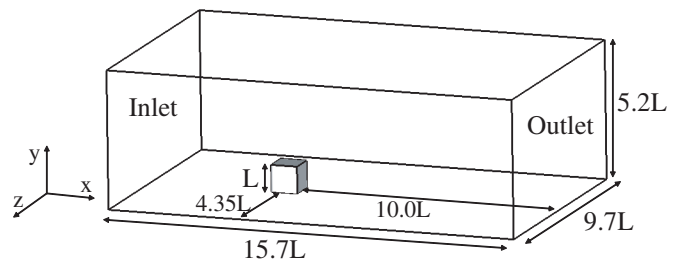


図-1 解析領域

KeyWords： 安定化有限要素法，LES，Smagorinsky モデル

連絡先： 〒112-8551 東京都文京区春日 1-13-27 E-mail: hatta@civil.chuo-u.ac.jp

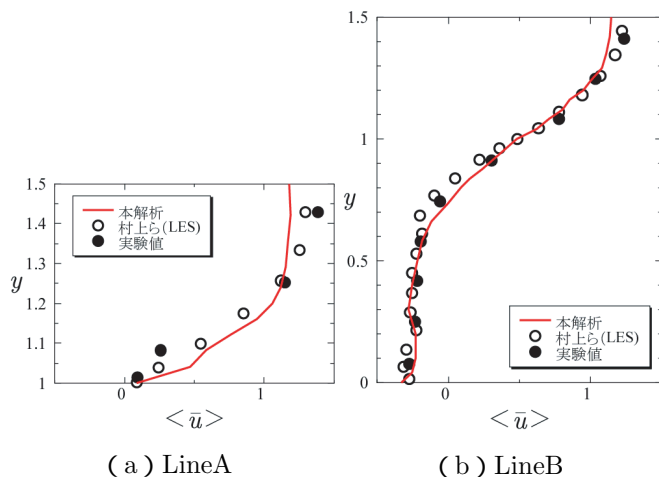
図-2 流速 $\bar{u}$ の時間平均分布

表-1 再付着距離の比較

	X_R/L	X_F/L
本解析	0.59	1.26
村上ら	0.6	1.4
実験値	0.7	1.2

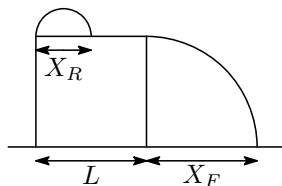


図-1に解析領域を示す．境界条件は， $\bar{u} = y^{(1/4)}$ を流入境界で与え，底面および立方体壁面は linear-1/7 power law 型 2 層モデルを用いた．数値解析に用いたメッシュは， x, y, z 方向にそれぞれ $63 \times 34 \times 48$ 分割し，最小メッシュ分割幅は $4.16 \times 10^{-2}L$ の不等分割メッシュを用いた．また，Reynolds 数は 84000，Smagorinsky 定数は村上らの数値解析^{4), 5)}を参考にし 0.12 とし解析を行った．そして，流速 $\bar{u}$ の測定地点は立方体中心の底面を原点として，LineA は $x = 0.2L, y = 1.0L \sim 1.5L, z = 0.0L$ ，LineB は $x = 1.0L, y = 0.0L \sim 1.5L, z = 0.0L$ とした．

解析結果として図-2(a) (b)にそれぞれ LineA, LineB での流速 $\bar{u}$ の時間平均を，表-1に再付着距離の比較を示す．図-2(a)より，本解析結果は実験値および村上らの数値解析解より屋上面付近で流速を過大に評価しているが，定性的に一致していることが確認できる．図-2(b)より，本解析結果は実験値および村上らの数値解析解と良い一致を示している．次に，再付着距離の比較を行う．表-1より，本解析結果は屋上面における逆流の再付着距離 X_R は，実験値に対して小さく評価している．一方，立方体後方における循環流の再付着距離 X_F は，実験値と良い一致を示している．

(2) 複合建物モデル周辺気流解析

図-3に解析領域を示す．境界条件は，流入境界において $\bar{u}$ は風洞実験値を線形補間して与え，底面および建物壁面は linear-1/7 power law 型 2 層モデルを用いた．数値解析に用いたメッシュは， x, y, z 方向にそれぞれ $86 \times 40 \times 90$ 分割し，最小メッシュ分割幅は $2.0 \times 10^{-2}D$ の不等分割メッシュを用いた．また，Reynolds 数は 52000，Smagorinsky 定数は立方体周辺気流解析と同様に 0.12 とし解析を行った．そして，各測定点⁶⁾でスカラー風速を求め風速比を算出した．

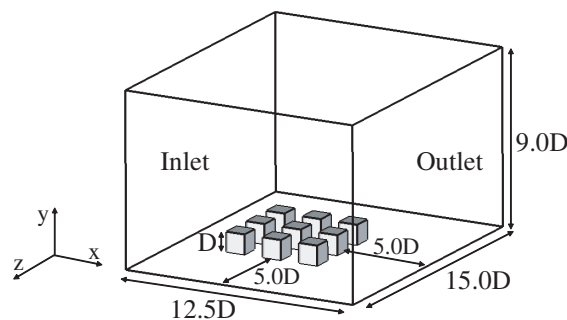


図-3 解析領域

表-2 相関係数および標準誤差の比較

	相関係数	標準誤差
本解析	0.858	0.200
データベース	0.86	0.27

解析結果として表-2に実験値との風速比の相関係数および標準誤差の比較を示す．本解析結果は，実験値と強い相関があることが確認できる．また，本解析結果は実験値との相関係数がデータベースとほぼ同等の値を示している．

4. おわりに

本論文は，Smagorinsky モデルを用いた安定化有限要素法の精度検証を目的とし，数値解析例として立方体周辺気流解析および複合建物モデル周辺気流解析を取り上げ，既存の実験値および数値解析解との比較を行い，以下の結論を得た．

- 立方体周辺気流解析において，本解析結果は既存の実験値および数値解析解と良い一致を示し，本手法の有効性が確認できた
- 複合建物モデル周辺気流解析において，本解析は既存の数値解析解とほぼ同等の解析精度を得ることができた．

今後の課題としては，植生を考慮した解析，都市モデルでの解析等が挙げられる．

参考文献

- 1) J.Smogorinsky : General Circulation experiments with the primitive equations I. the basic experiment, Monthly Weather Review, 91, pp.99-164, 1963.
- 2) T.E.Tezduyar : Stabilized finite element formulations for incompressible flow computations, Advance in Applied Mechanics, 28, pp.1-44, 1992.
- 3) 仲嶋晋一，板橋翔，榎山和男：安定化有限要素法に基づく LES 乱流モデルの精度検証，土木学会関東支部技術研究発表会講演概要集 (CD-ROM), 33, 2006.
- 4) 村上周三，持田灯，林吉彦：立方体周辺の非等方乱流場の再現に関する $k-\epsilon$, ASM, LES と風洞実験の比較，東京大学生産技術研究所所報, 43(1), pp.27-35, 1991.
- 5) S.Murakami, A.Mochida and R.Ooka : Numerical simulation of flowfield over surface-mounted cube with various second-moment closure models, Proc. of 9th Symposium on Turbulent Shear Flows, pp.13-5-1-6, 1993.
- 6) 日本建築学会：市街地風環境解析のための流体数値解析ガイドブック-ガイドラインと検証用データベース-，丸善，2007.