## 非局所弾性Flügge多重円筒殻の位相速度曲線について

東京理科大学 学生員 余吾 聖 東京理科大学 正会員 臼木 恒雄

## 1. はじめに

近年,フラーレン,カーボンナノチューブなどの極小部材が種々の特性故に注目されている.カーボンナノチューブ(以後,CNTと略記)の構造特性を解析する場合,分子動力学法が有力視されているが,膨大な記憶容量および演算時間等の理由から,現時点では十分な解析には至っていない.そこで注目されるのが,従来の連続体近似による解析である.しかし,極小世界の挙動と通常の時空世界では現象的な差から,若干信頼性が低く見積もられている.特に,分子動力学法の結果と比べて,大雑把に30%ほどの誤差を含む場合がある(Broughton *et al.* 1997; Carr *et al.* 1999).以上の観点から,信頼性の高い連続体解析手法の確立が求められている.

CNT を中空断面の Bernoulli/Euler はりと捉えると, せん断変形挙動を見逃すこととなる.中空断面の Timoshenko はりと捉えるとその断面変形挙動を見逃すことになる.したがって,円筒殻理論が現在最も信頼性の高い解析理論といえる.その円筒殻理論でも,その使い勝手の良さから Donnell 理論(Donnell 1976)がよく用いられている(e.g. Raichura *et al.* 2005; Li & Kardomateas 2007).しかし,Donell 理論は断面半径の大きい円筒殻向きに近似化されているため, 細長い CNT の解析に使用するのは問題である.これに対し,Flügge 理論(Flügge 1962)は薄肉度合いや断面半径の大小などの形状の制約のほとんど無い信頼性の高い理論(Schardt 1989)として知られている.以上の点を鑑み,解析精度の高さで定評のある Flügge 理論から,それに忠実にチューブ状はりの理論を組み立てることを本研究の目的とした. 2.N重 CNT の振動方程式

上式左辺の係数マトリックスは以下の演算子成分で与えられる.

 $m_{11} = -\left(\frac{2\pi a_n}{\lambda}\right)^2 - \frac{1-\nu}{2}m^2(1+k_n^*I_n) + \gamma_n\left(\frac{2\pi c}{\lambda}\right)^2 \overline{\mathcal{L}}_n , m_{21} = -\frac{1+\nu}{2}m\frac{2\pi a_n}{\lambda} = -m_{12}\dots(\forall \mathsf{L} \mathsf{T} \mathsf{H} \mathsf{H})$ (2)

ただし,低減係数  $\alpha$  は  $k_n^* = \alpha k_n = \alpha \frac{1}{12} (\frac{t_n}{a_n})^2$  と定義し,非局所性を表記する  $\overline{\mathcal{L}}_n \equiv 1 + (e_0 a)^2 \left[ \left( \frac{2\pi}{\lambda} \right)^2 + \frac{m^2}{a_n^2} \right]$  である. 3.解析例

単一,二重,三重までの CNT を扱った.以下に使用した断面寸法等を示す. 円筒殻の肉厚中心半径: $a_1 = 1.735$  nm,  $a_2 = 2.415$  nm,  $a_3 = 3.095$  nm,円筒殻の有効板厚: $t_1 = t_2 = t_3 = 0.34$  nm, VDW 相互作用バネ定数: $c_1 = c_2 = c_3 = c = 619.917 \times 10^{-10}$  N/nm<sup>3</sup>,材料定数: $e_0 = 0.39$ ,内部特性長:a = 0.142 nm 4. まとめ

本研究では、高精度化された Flügge 理論を CNT に適用させ、多重円筒殻の位相速度曲線を求めた.数値計算例として,無限長の単一から三重円筒殻までの位相速度曲線を求め,非局所性  $(e_0 a \neq 0)$ ,低減係数  $\alpha$ ,外周媒質弾性バネ定数  $c_4(=k_{matrix})$ の影響を検討した.図-1~図-3に単一,二重,三重円筒殻の位相速度曲線,図-4に非局所性  $(e_0 a \neq 0)$ の影響,図-5に低減係数  $\alpha$  の影響,図-6に外周媒質弾性バネ定数  $c_4(=k_{matrix})$ の影響を示す.以下の結論を得た. 1.位相速度曲線において,遮断周波数(cut off frequency)の存在が確認できた.

2. 位相速度曲線において,それぞれモード番号 mの値が大きくなるにつれて振動数は大きくなっていく.

- 3. 非局所性の影響を無視すると位相速度は一定値に収束するが,考慮すると位相速度は徐々に減少していく.
- 4. 低減係数 α を 1 (通常の円筒殻に相当)とすると,低次のモードにおいて位相速度は徐々に増加していく.
- 5.  $c_4 = 0.01c$  と  $c_4 = 1.0c$  を比較した場合,  $c_4$  が小さい値になると低次のモードにおいて位相速度が小さくなる.

KeyWord: 多重カーボンナノチューブ, 非局所性, Flügge 円筒殻理論, 一般化はり理論 連絡先: 東京理科大学理工学部土木工学科 (〒 278-8510 千葉県野田市山崎 2641 Tel:04-7124-1501(内線:4070))

## 5. 解析結果



## 参考文献

1)Broughton, J.Q. et al.: Phys. Rev. B,1997
2)Carr, D.W. et al.: Appl. Phys. Lett., 1999
3)Donnell, L.H.: Beams, Plates, and Shells., McGraww-Hill., 1976
4)Flügge, W.: Statik und Dynamik der Scahlen, Springer Verlag., 1962
5)Li, R. & Kardomateas, G.A.: J. Appl. Mech., 2007
6)Raichura, A. et al.: Applied Physics of Carbon Nanotubes, (eds. S.V. Rotkin & S. Subramoney), 2005
7)Schardt, R.: Verallgemeinerte Technische Biegetheorie, Springer., 1989.