

Recursive Monte Carlo Simulation に基づく既存構造物の信頼性評価手法の基礎検討

武蔵工業大学 正会員

吉田郁政

1. はじめに

維持管理の意思決定のためには適切な劣化予測が必要となるが劣化現象がもつばらつきは非常に大きい．そのため不確定性も考慮に入れた意思決定，すなわち信頼性評価に基づく意思決定の仕組みが重要である．また，各構造物についてのなんらかの点検，検査データを有効に反映させることも実用的な評価とするためには不可欠である．本研究では劣化のメカニズムから構築された物理的意味を持つモデルを点検・検査情報によって確率論的に更新するモデルを提案する．劣化を予測するモデル式が与えられ，そこには不確定なパラメタ，すなわち確率変数が含まれるとする．その確率変数が点検，検査情報によって更新されると考える．実問題を考えるとほとんどの問題では，非線形の式や，非ガウスの不確定性を考慮する必要があるが，理論解を求めることは一般には不可能である．計算アルゴリズムの開発や計算機能力の飛躍的向上により，非線形，非ガウスのモデルを扱うことのできるモンテカルロ手法を基本とした研究が1990年代より積極的に進められてきた．こうした方法は Sequential MCS あるいは Recursive MCS とも呼ばれているが^{1),2)}，ここでは RMCS と呼ぶことにする．本研究では，RMCS 手法に基づき，観測情報が与えられたという条件のもとで限界状態モデルのパラメタ更新を行い，さらに更新したモデルに基づいて限界状態超過確率を算定する方法について例示を行なう．

2. RMCS の基本的定式化

ここでは計算手順の概要だけを示す．RMCS 手法の詳細な定式化については参考文献 1), 2), 3)などを参照されたい．図-1 に計測データによって更新された既設構造物の損傷確率の計算手順の概略フローを示す．

- 1)初期の確率分布に従いサンプル $x_{0/0}(j), j=1, n$ を発生させる
- 2)時間更新を行なう (通常の MCS と同様)．
- 3)各サンプルについて観測データに基づき尤度の計算を行なう．
- 4) 重みの総和が 1.0 になるように重みを基準化する．
- 5)重みに従ってリサンプリングを行なう． (つまり，重みの大きなサンプルは複数になり，小さなサンプルは消える傾向になる)
- 6)次のステップがある場合には手順 2)へ

3. 架空の簡単な限界状態関数についての計算例

限界状態式 g を式(1)に，時間更新の式(2)に示す．

$$g_{k/k} = R - S = (x_{k/k,1} - x_{k/k,2}t) - x_{k/k,3} \quad (1)$$

$$x_{k/k} = x_{k/k-1} + w_k \quad (2)$$

ここで， t を経過年数， $x_{k/k,1}$ ， $x_{k/k,2}$ ， $x_{k/k,3}$ を確率変数とする．これらは互いに独立な正規分布に従う確率変数とする． k は時間方向のステップを表している．説明の便宜上，右辺の第 1，2 項を抵抗 R ，第 3 項を作用 S とする．時間更新に伴い増加する不確定性 w をプロセスノイズと呼ぶことにする．プロセスノイズ w も独立な正規分布に従うこととする．これら確率変数について仮定した平均，分散をまとめて表-1 に示す．限界状態関数 g もガウス分布に従うため簡単な計算から損傷確率を求めることができる．観測情報が与えられない場合の建設直後 ($t=0$)，20 年後の限界状態関数値の平均，分散，損傷確率を表-2 に示す．観測情報 z は確率変数と関係を持った，観測できる量でなくてはならない．ここでは次の線形の観測方程式を仮定する．

$$z_k = Hx_{k/k} + v = \begin{pmatrix} 1 & -2t & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_{k/k,1} \\ x_{k/k,2} \\ x_{k/k,3} \end{pmatrix} + v \quad (3)$$

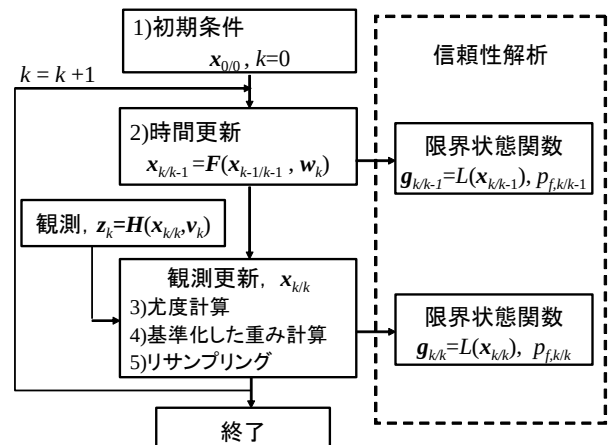


図-1 観測更新を伴う信頼性解析のフロー

キーワード：維持管理，損傷確率，劣化，モンテカルロ，ベイズ更新

連絡先 〒158-8557 東京都世田谷区玉堤 1-28-1 武蔵工業大学 都市工学科 TEL.03-3703-3111

v は観測量誤差で独立な正規分布に従うと仮定し、その分散は1.0とする。仮定した観測情報に基づいて確率変数 $x_{k/k,1}$, $x_{k/k,2}$ の更新を行なう。例題では20年経過時点で観測情報 z が得られたとする。 $k=0$ を建設直後、 $k=1$ を20年経過後とする。観測量の値として $z_1=8, 11, 13$ の3ケースを設定して確率変数の更新を行い、損傷確率を算定する。なお、最初に設定した平均値から考えると $t=20.0$ の時の z_1 の平均値は11となるため、上記観測量は危険側、平均的、安全側の3種類を想定したことになる。不確定性は全て正規分布、観測方程式は線形なので理論的に解を求めることができ、 $z_1=8, 11, 13$ の場合の損傷確率は0.27, 0.089, 0.033となる。理論解の算定方法の詳細については4)などを参照されたい。サンプルサイズ1000回のRMCSによる観測更新前のサンプル $x_{1/0}^{(i)}$ の分布を図-2に示す。図の(1)では確率変数 $x_{1/0,1}$ と $x_{1/0,2}$ の分布状態を示している。図の(2)では式(1)に示す抵抗 R と作用 S の分布状態を示しており、図中の斜めの線より上の部分が損傷領域となる。この領域にあるサンプルの個数から損傷確率を求めることができる。ここまでは通常のMCSと同じである。図-3は観測更新後（リサンプリングの後）の状態を表している。危険側 $z_1=8$ 、すなわち劣化が進んだ状況の観測量が与えられているため、抵抗のばらつきは小さくなっているものの平均も小さくなっているため、損傷領域におけるサンプルが多くなり損傷確率が大きくなっていることがわかる。MCS手法では乱数の種によって解が異なるため、各ケースについて乱数の種を替えてそれぞれ4回ずつ計算を行なった。サンプルサイズは1000回と10000回の2種類とした。観測量を $z_1=13$ （安全側）とすると損傷確率が小さく、サンプルサイズ1000回としたケースでは乱数の種を替えることによる違いが大きかったため、このケースのみ10回計算を行なった。得られた損傷確率を理論解とともに図-4に示す。理論解とRMCSによる数値解は当然のことながらサンプルサイズを大きくすると相対的に良い一致を示す。サンプルサイズが小さい場合はばらつきが大きいが理論解を中心とする値が求められており、RMCS手法の妥当性が数値実験的に示されている。

参考文献 1)Bergman N.: “Recursive Bayesian Estimation: Navigation and Tracking Applications”, PhD thesis 579, Department of Electrical Engineering, Linköping University, Linköping, Sweden, 1999., 2)Fearnhead, P. “Sequential Monte Carlo methods in filter theory”, PhD thesis 579, University of Oxford, 1998., 3)吉田郁政, 佐藤忠信: 適応型モンテカルロフィルターを用いた損傷同定について, 土木学会論文集 No.759/I-67, pp.259-269, 2004.4, 4)吉田郁政, 黒瀬浩公, 福井史朗: 確率論に基づく逆解析手法の基礎研究, 土木学会論文集, 第483号/I-26, pp.61-68, 1994

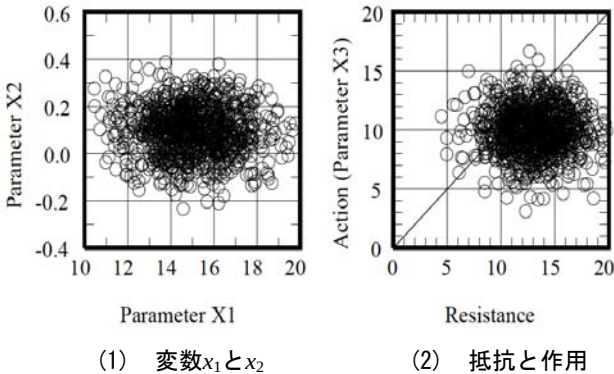


図-2 観測更新の前のサンプル分布

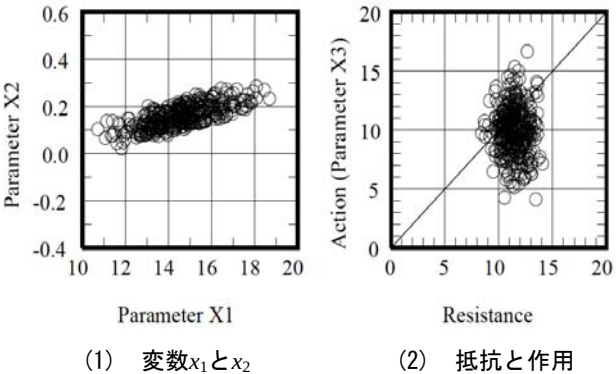


図-3 観測更新の後のサンプル分布, $z=8$ の場合(危険側)

表-1 確率変数の平均と分散

	$x_{0/0,1}$	$x_{0/0,2}$	$x_{0/0,3}$	$w_{1,1}$	$w_{1,2}, w_{1,3}$
平均	15.0	0.1	10.0	0.0	0.0
分散	1.0	0.01	4.0	2.0	0.0

注) w_1 は 10 年間の分散値

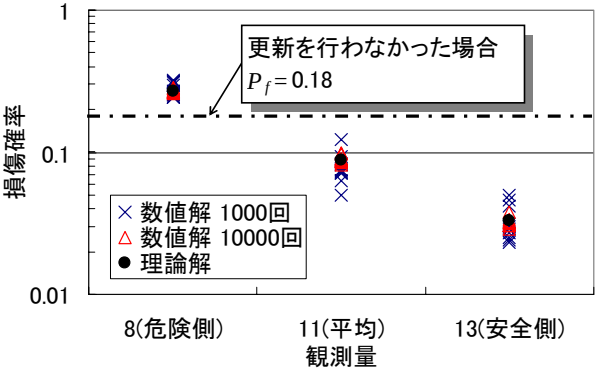


図-4 理論解とRMCSによる数値解の比較

表-2 限界状態関数値 g の平均, 分散および損傷確率

経過年数	平均値	分散	β	損傷確率
0	5	5	2.24	0.013
20	3	11	0.90	0.18

注) β : 信頼性指標