

三次元動的有限要素解析のための動的緩和法の並列計算への適用

関西大学大学院	学生員	○浅野 貴弘
JIP テクノサイエンス	正会員	竹原 和夫
関西大学工学部	フェロー	三上 市藏

1. まえがき

兵庫県南部地震発生後、道路橋示方書に動的弾塑性解析を用いた耐震設計が組み込まれ、動的解析が行われている。橋梁設計における動的解析では骨組モデルが採用されているが、最近の計算機性能の飛躍的向上から、実務において二次元¹⁾や三次元有限要素モデル²⁾を適用した動的解析が行われるようになってきている。しかし、三次元有限要素モデルを用いた動的解析は自由度が膨大となることから多大な解析時間を要し、実務で利用していくには問題が多い。

動的緩和法は反復法の一つで差分法に基づいた弾塑性有限変位解析³⁾や振動解析⁴⁾に用いられてきた。場に関しては有限要素法で離散化可能で、また記憶容量の大幅な削減が可能であるので、これを並列計算に適用する試み⁵⁾もなされている。本研究では、既報の並列プログラム⁵⁾に Newmark- β 法の時間積分を追加し、動的解析の並列計算を試みたので、ここに報告する。

2. 数値計算手法

(1) 動的解析手法

時刻 t における運動方程式に Newmark- β 法⁶⁾($\beta = 1/4$, $\gamma = 1/2$) の増分速度、増分加速度ベクトル式と減衰マトリクス $[C] = \bar{\alpha}[M] + \bar{\beta}[K]$ を代入すると次式ようになる。

$$\left[\left(\frac{4}{\Delta t^2} + \frac{2\bar{\alpha}}{\Delta t}\right)[M] + \left(1 + \frac{2\bar{\beta}}{\Delta t}\right)[K]\right]\{\Delta\delta\} = 2[M]\{\ddot{\delta}_t + \left(\frac{2}{\Delta t} + \bar{\alpha}\right)\dot{\delta}_t\} + 2\bar{\beta}[K]\dot{\delta}_t + \{\Delta P_t\} \quad \dots\dots\dots (1)$$

ここに、 $\{\Delta P_t\}$ は時刻 t における外力である。ここで、 $[\tilde{K}] = (4/\Delta t^2 + 2\bar{\alpha}/\Delta t)[M] + (1 + 2\bar{\beta}/\Delta t)[K]$ 、 $\{\tilde{F}\} = 2[M]\{\ddot{\delta}_t + (2/\Delta t + \bar{\alpha}\dot{\delta}_t)\} + 2\bar{\beta}[K]\dot{\delta}_t + \{\Delta P_t\}$ と仮定すると、式 (1) は以下ようになる。

$$[\tilde{K}]\{\Delta\delta\} = \{\tilde{F}\} \quad \dots\dots\dots (2)$$

(2) 動的解析への動的緩和法の適用

動的緩和法においては地震動の実時間軸 t に加えて、解が収束するまでの虚時間軸 p を考える。式 (2) より質量項と慣性項を考慮した節点力ベクトル $\{\Delta f_{g,int,dy}\}$ は次式のようになる。

$$\{\Delta f_{g,int,dy}\}_{n,p-1/2} = [\tilde{K}]\{\Delta\delta\}_{n,p-1/2} \quad \dots\dots\dots (3)$$

次に、式 (2) に収束計算のための慣性項と減衰項を付加して動的応答問題とし、さらに式 (3) より以下の式を得る。

$$m \frac{\partial \{\dot{\Delta\delta}\}_{n,p-1/2}}{\partial p} + C\{\dot{\Delta\delta}\}_{n,p-1/2} + \{\Delta f_{g,int,dy}\}_{n,p-1/2} = \{\tilde{F}\}_{n,p-1/2} \quad \dots\dots\dots (4)$$

ここに、 m は質量、 C は減衰係数である。さらに式 (4) を変形すると次式が得られる。

$$\begin{aligned} \{\dot{\Delta\delta}\}_{n,p} = & \frac{1}{1 + 0.5C \frac{\Delta p}{m}} \cdot \left[(1 - 0.5C \frac{\Delta p}{m}) \{\dot{\Delta\delta}\}_{n,p-1/2} \right. \\ & \left. + \frac{\Delta p}{m} \left(\{\tilde{F}\}_{n,p-1/2} - \{\Delta f_{g,int,dy}\}_{n,p-1/2} \right) \right] \quad \dots\dots\dots (5) \end{aligned}$$

また、変位速度 $\{\dot{\Delta\delta}\}_n$ を時刻 p において中央差分表示し、変形すると次式が求まる。

$$\{\dot{\Delta\delta}\}_{n,p+1/2} = \{\dot{\Delta\delta}\}_{n,p-1/2} + \Delta p \cdot \{\dot{\Delta\delta}\}_{n,p} \quad \dots\dots\dots (6)$$

変位が収束したのち、応答時刻における実速度と実加速度を以下のように算出する。

$$\dot{\delta}_t = \ddot{\delta}_{t-1} + \frac{2}{\Delta t}(\delta_t - \delta_{t-1}) \quad \dots\dots\dots (7)$$

キーワード: 動的緩和法, 三次元動的有限要素解析, Newmark- β 法, PC クラスタ型並列計算機

連絡先: 〒 533-0006 大阪府吹田市山手町 3-3-35 Tel 06-6368-1111/ Fax 06-6368-0940

$$\ddot{\delta}_t = \frac{4}{\Delta t^2}(\delta_t - \delta_{t-1}) - \frac{4}{\Delta t}\dot{\delta}_{t-1} - \ddot{\delta}_{t-1} \dots\dots\dots (8)$$

これらを次の時間ステップ $t + \Delta t$ の初期値として用いる．数値計算は式 (3)(5)(6)(7)(8) により行われる．

(3) 並列計算への適用

開発したプログラムに MPI⁷⁾を用い並列化を施す．並列計算には領域分割法を用い，領域 Ω_m と Ω_{m+1} 間のデータ通信の流れを図-1に示す．部分領域間における通信は境界面上の節点力(式(3))に限定して行い，非ブロッキングサブルーチン *mpi_isend/mpi_irecv* により送受信した節点力を式(5)に適用して並列計算を行う．

3. 数値計算結果

本解析プログラムを PC クラスタ型並列計算機 (PentiumIII 1GHz, RAM : 1GB, SCore5.6.1) に実装した．実構造物を想定した解析モデルを図-2に示す．節点数は 26519，要素数は 19188 で，8 節点ソリッド要素を用い，材料は弾性と仮定した．また並列計算のための領域分割は図-2に示すように各 CPU の計算量がおおよそ等価になるようにした．境界条件は下端節点を固定し，例として図-3に示す加速度(神戸海洋気象台：NS)を時間間隔 $\Delta t = 0.02$ で z 方向に入力した．動的緩和法のパラメータとして $m = 1$, $C = 100$, $\Delta p = 1.0e - 4$ を用いた．

図-4にモデル天端(図-2における●の位置)の節点における本手法と汎用ソフトウェア DIANA⁸⁾との応答加速度の比較を，図-5に 500 ステップ分の解析時間と並列台数の関係を示す．図-5より 4 並列で約 3 倍の速度向上率が得られたが，今後台数増加による速度向上を期待するためには，適切な領域分割を勘案する必要がある．

4. あとがき

詳細は講演当日に譲る．

参考文献

- 1) 金縄健一・佐々木隆・山口嘉一：重力式ダムの堤高および地震時の安全余裕度に与える影響，土木学会第 59 回年次学術講演会，2004.9.
- 2) 山田岳峰，市村勉，大保直人，佐茂隆洋，池田清宏，堀宗朗：大規模三次元 FEM 解析による地下複雑構造物の地震時挙動，応用力学論文集，Vol.7, pp.909-916, 2004.8.
- 3) 三上市蔵，田中克弘：ベクトル計算機を用いた円筒パネルの弾塑性有限変位解析，構造工学論文集，Vol.33A, pp.53-62, 1987.3
- 4) 三上市蔵，牧野晴一：シェルの非線形振動解析への動的緩和法の適用，構造工学における数値解析法シンポジウム論文集，第 11 巻，pp.43-48，1987.7.
- 5) 竹原和夫，三上市蔵，宮辻和宏，二宮淳：並列計算を考慮した動的緩和法による弾塑性有限要素解析，第 61 回年次学術講演会講演概要集 5，CS08-008，2006.9.
- 6) 財団法人 土木研究センター：橋の動的耐震設計法マニュアル-動的解析および耐震設計の基礎と応用-，ニッセイエプロ，2006.5.
- 7) 青山幸也：並列プログラミング入門 MPI 版，理化学研究所 情報基盤センター，2004.3.
- 8) TNO Building and Construction Research, DIANA Use'r Manual Release 8.1, 2002.

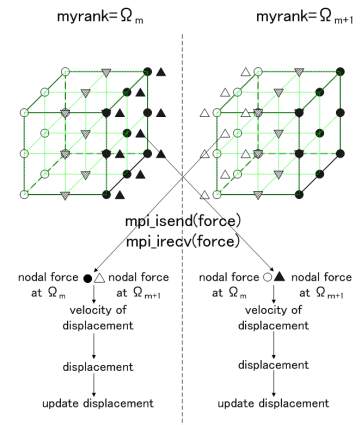


図-1 節点力の送受信

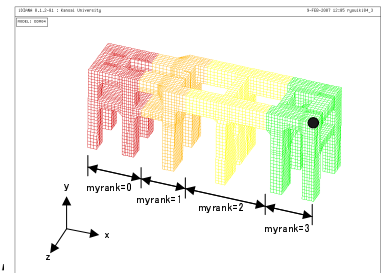


図-2 解析モデル

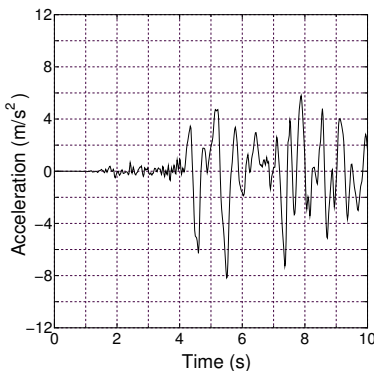


図-3 入力地震動

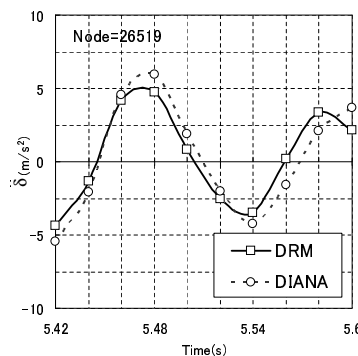


図-4 応答加速度

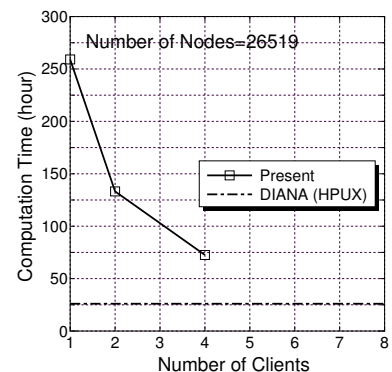


図-5 解析時間