

# Level set 法に基づく音響散乱問題の 境界要素形状最適化手法

新潟大学自然科学研究科 学生員 風間俊輔  
新潟大学工学部建設学科 正会員 阿部和久  
新潟大学自然科学研究科 正会員 紅露一寛

$$[\mathbf{H}]^T = \begin{bmatrix} \hat{\mathbf{H}} \\ \bar{\mathbf{H}} \end{bmatrix}, \quad \{\mathbf{P}^*\} = \begin{Bmatrix} \hat{\mathbf{P}}^* \\ \bar{\mathbf{P}}^* \end{Bmatrix} \quad (2)$$

## 1. 研究の背景と目的

都市域は、種々の騒音源にさらされており、騒音低減は非常に重要な問題となっている。遮音壁の形状最適化問題に対し、田中ら<sup>1)</sup>はセルオートマトンを用いた手法を構築し、最適形状が非常に複雑なものになり得ることを示した。しかしながら、最適形状を有限個のセル内で探索する必要がある、取り得る形状には大きな制約が課せられることとなる。

筆者ら<sup>2)</sup>は、level set 法を援用した境界要素法によるトポロジー最適化手法を構築した。当該手法においては、要素端点の座標を設計変数としているため、いかなる形状、トポロジーも実現可能である。よって、上述の音響散乱問題を解析対象とした場合、複雑な最適形状の探索・創生が可能になるものと期待される。

本研究では、当該手法の遮音壁形状最適化問題への適用を試み、解析例を通し、その妥当性を検証する。

ここで、 $[\hat{\mathbf{H}}]$  は境界要素の係数行列、 $\{\mathbf{P}\}$  は節点の圧力ベクトル、 $\{\hat{\mathbf{P}}^*\}$  は点音源による音圧である。なお境界上では Neumann 条件を課す。

また、見かけの固有値を処理し、方程式の安定化を図るために、補領域(外部)にいくつかの評価点を設け、そこでの音圧がゼロとなる条件を追加している。 $\{\bar{\mathbf{P}}^*\}$  は外部点において評価される音源からの音圧ベクトル、 $[\bar{\mathbf{H}}]$  は積分表現式より与えられる係数行列である。

## (2) 最適化問題

音響場における、散乱体の形状最適化問題を次式で定義する。

$$\begin{aligned} \min \quad & J(\mathbf{P}; \mathbf{X}_b) := F(\mathbf{P}; \mathbf{X}_b) \\ & + [\boldsymbol{\lambda}]^T [\mathbf{H}]^T \{\mathbf{H}\mathbf{P} - \mathbf{P}^*\} \\ & + \lambda_+(V - V_{max}) \\ \text{s.t.} \quad & [\boldsymbol{\lambda}]^T [\mathbf{H}]^T \{\mathbf{H}\mathbf{P} - \mathbf{P}^*\} = 0 \\ & \text{for } \forall \{\boldsymbol{\lambda}\} \\ & \lambda_+(V - V_{max}) = 0, \quad \lambda_+ \geq 0 \end{aligned} \quad (3)$$

ここで、 $J$  は目的関数、 $F$  は音圧を評価するコスト関数である。右辺第二項は境界要素方程式に関する条件、 $\{\boldsymbol{\lambda}\}$  は Lagrange 乗数ベクトルである。また、第三項は面積の制約条件である。そして、 $V$  は散乱体の面積、 $V_{max}$  は  $V$  の上限値、 $\lambda_+$  は Lagrange 乗数である。本研究においては、境界要素端の全節点座標  $\{\mathbf{X}_b\}$  を設計変数として用いる。

## (3) 設計感度解析

形状変化  $\Delta \mathbf{X}_b$  に伴う目的関数の変分  $\Delta J$  は、随伴変数法併用の下、次式で与えられる。

$$\Delta J = [\boldsymbol{\beta} + \lambda_+ \frac{\partial V}{\partial \mathbf{X}_b}]^T \{\Delta \mathbf{X}_b\} \quad (4)$$

ここで、 $\{\boldsymbol{\beta}\}$  は次式で与えられるベクトルである。

$$\begin{aligned} \{\boldsymbol{\beta}\} = & \left\{ \frac{\partial F}{\partial \mathbf{X}_b} \right\} + [\boldsymbol{\lambda}]^T \left[ \frac{\partial \mathbf{H}^T}{\partial \mathbf{X}_b} \{\mathbf{H}\mathbf{P} - \mathbf{P}^*\} \right. \\ & \left. + \mathbf{H}^T \left\{ \frac{\partial \mathbf{H}}{\partial \mathbf{X}_b} \mathbf{P} - \frac{\partial \mathbf{P}^*}{\partial \mathbf{X}_b} \right\} \right] \end{aligned} \quad (5)$$

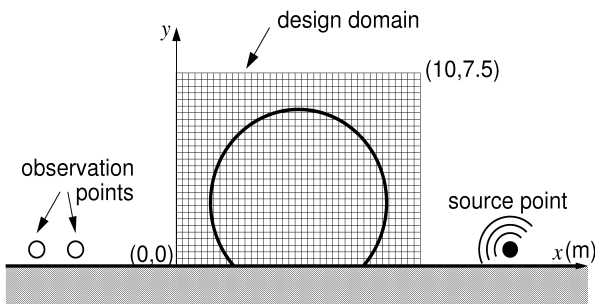


図 1 音響散乱問題

## 2. 境界要素法による設計感度解析

### (1) 音響問題に対する境界要素方程式

図 1 に示すような、半無限 2 次元音響場を考える。音響場内に散乱体をおき、音源といくつかの観測点をその両側に配置する。そのとき、境界要素方程式は次式で与えられる。

$$[\mathbf{H}]^T \{\mathbf{H}\mathbf{P} - \mathbf{P}^*\} = 0 \quad (1)$$

keywords : BEM , Shape optimization , Level set method , Sound insulation

連絡先 : 950-2181 新潟市五十嵐二の町 8050 番地  
TEL 025 (262) 7028, FAX 025 (262) 7021

### 3. Level set 法による形状更新過程

一般に,境界要素に基づいた形状最適化は,Lagrange 記法の枠組みの中でなされる.しかしながら本研究では,形状最適化過程において起こりうるトポロジー変化に対処するため,Euler 記法に基づいて形状を更新する.なお,トポロジー変化は level set 法を援用することで捕捉する.

Level set 関数を定義するため,図1に示したように,設計領域中に格子を導入する.Level set 関数は各固定格子点上で定義する.境界は level set 関数のゼロ等高線として定義される.背景の格子上で描かれた等高線に基づき,要素端点を境界に沿って一様に配置する.境界要素の離散化はそれぞれの要素端点を結ぶことにより実行されることとなる.

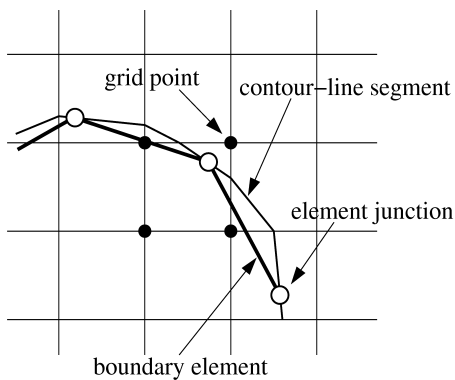


図2 Level set 関数による境界要素離散化

### 4. 解析例

#### (1) 解析条件

本手法を,図1で示した2次元音響散乱場に適用する.点音源を(15,0.5)に,観測点を(-5,0.5),(-10,0.5)に配置する.設計領域中に, $[0 \leq x \leq 10] \times [0 \leq y \leq 7.5]$ の長方形領域を設置し,その領域内に,0.25mの背景格子をおく.散乱体の初期形状は図1で示したような円形状で与える.また,音圧は次式で定義されるノルムによって評価する.

$$F := \sum_i^n |P_i| \quad (6)$$

ここで, $n$ は観測点の数, $P_i$ は $i$ 番観測点での音圧である.

#### (2) 解析結果

点音源の周波数を100Hzとしたときの $F$ と $V$ の推移の様子を図3に示す.散乱体境界は基本要素長0.5mの一定要素で離散化し, $V_{max} = 0.5V_0$ とした.ここで, $V_0$ は初期面積である.音圧は, $F/F_0$ で正規化している.ここで, $F_0$ は初期形状における音圧のノルムである.図から,面積が速やかに収束していることがわかる.面積が所定の値に達した段

階から,目的関数は概ね一様に減少している.図4は,最適化過程における形状変化を示したものである.図より,本手法により複雑な形状が捉えられていることが確認できる.

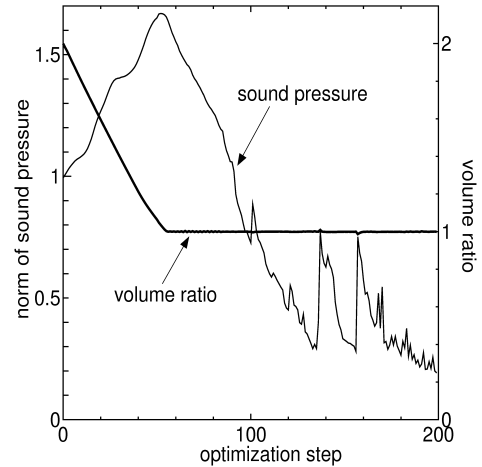


図3 コスト関数と面積比の時刻歴応答

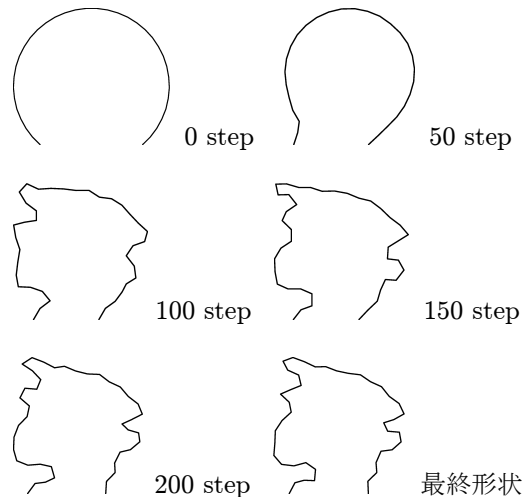


図4 最適化過程における形状変化

### 5. まとめ

本研究では,境界要素法に基づいた形状最適化手法を音場における散乱体に適用した.その際に level set 法を併用し,形状更新においてトポロジー変化を意識する必要の無いようにした.比較的低周波数の音響問題に本手法を適用したが,複雑な形状を得ることができた.

#### 参考文献

- 1) 田中正隆, 松本敏郎, 荒井雄理: セルオートマトン法とBEMによる新しい防音壁の創成, 境界要素法論文集, Vol.19 (2002), pp.69-74.
- 2) K.Abe, S.Kazama and K.Koro, Commun. Numer. Meth. Engng., (in press).