

仕事量一定則に基づいた膨張材料の自由膨張ひずみに関する理論モデルの構築

名城大学大学院 学生会員 ○柴田 要 名城大学 正会員 石川靖晃

1. はじめに

近年, ASR による膨張劣化の問題が各所で生じている一方で, 膨張材によるひび割れ制御の試みがなされている. これらの事例に共通することは, 膨張材料の変形挙動を精度良く予測することが要求されることである. しかし, 膨張材料の膨張挙動を客観的に表現する理論モデルは現状では殆ど無いと思われる.

そこで, 本研究では, 仕事量一定則に基づいた膨張材料の自由膨張ひずみに関する理論モデルの構築を行った. そして, 膨張に関する基本例題を設定し解析検討を行った.

2. 仕事量一定則に基づいた膨張材料の自由膨張ひずみの定式化

2.1 膨張材料が起因する仕事量および仕事量一定則

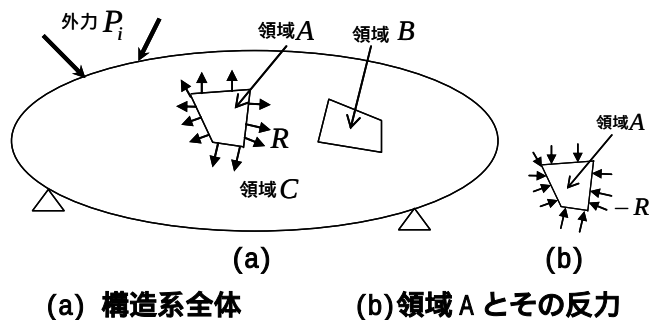


図-1 化学的な体積変化が生じる構造系

図-1 に示すように, 構造体 C の中の一部の領域 A が化学的に膨張を生じ, 力学的仕事を外部になした場合を考える. また V および $\bar{V}$ はそれぞれ A および A 以外の領域であるとする, 膨張領域 A が外部になした仕事増分 $d\xi$ は

$$d\xi = \oint R ds = \int_V \sigma_{ij} d\varepsilon_{ij} d\bar{V} + \sum P_i du_i \quad (1)$$

と表される. ここで, R および s は膨張領域 A から A 以外の領域に作用する力および変位ベクトルであり, σ_{ij} および ε_{ij} はそれぞれ応力および全ひずみテンソル, P_i および du_i はそれぞれ点 i における外力お

よび変位ベクトルである. 全ひずみテンソル ε_{ij} は応力依存性ひずみ成分 ε_{ij}^e と自由膨張ひずみ成分 ε_{ij}^{che} の和で構成される. 逆に, 膨張領域 A には A 以外の領域から反力 $-R$ を受け, 構造体から $-d\xi$ の仕事となされたことになる. 即ち, 次式が成立する.

$$\begin{aligned} -d\xi &= \oint -R ds \\ &= \int_V \sigma_{ij} d\varepsilon_{ij} dV = \int_V \sigma_{ij} (d\varepsilon_{ij}^e + d\varepsilon_{ij}^{che}) dV \\ &= \int_V \sigma_{ij}^e d\varepsilon_{ij}^e dV + \int_V \sigma_{ij} d\varepsilon_{ij}^{che} dV \end{aligned} \quad (2)$$

ただし, 式(2)の最後の右辺第一項は膨張領域 A 内部に蓄えられる仕事量増分であり, $d\xi_e$ と表記する. さらに, 第二項は膨張材料固有の仕事量を表しており, $-d\xi_{che}$ と表記する. これらの記号を用いて式(2)を書き換えると次式が得られる.

$$d\xi_{che} = d\xi + d\xi_e \quad (3)$$

式(3)は膨張材料固有の仕事量 ξ_{che} は膨張領域外部になされた仕事量 ξ と膨張領域自身の内部に蓄えられる仕事量 ξ_e の和となっていることを表している. 辻ら¹⁾が提案する仕事一定則は膨張材料固有の仕事量 $d\xi_{che}$ が一定であることを意味しているが, 彼らの仕事量一定則の考え方は膨張領域自身の内部に蓄えられる仕事量 ξ_e を無視している.

2.2 膨張材料の自由膨張ひずみの定式化

上記の考え方を主応力方向 3 方向に適用することにより膨張材料の自由膨張ひずみの定式化を行う. ただし, 本研究では簡単のため, 膨張材料は等方材料であると仮定する. 主応力方向に生じる自由膨張ひずみ成分 μ_i^{che} ($i=1,2,3$) は, 主応力 λ_i および主応力方向の膨張材料固有の単位体積仕事量 U_i^{che} を用いて次式で定義される.

$$\begin{aligned} \Delta\mu_1^{che} &= \Delta U_1^{che} / \lambda_1 \\ \Delta\mu_2^{che} &= \Delta U_2^{che} / \lambda_2 \\ \Delta\mu_3^{che} &= \Delta U_3^{che} / \lambda_3 \end{aligned} \quad (4)$$

キーワード 仕事量一定則 膨張材料 自由膨張ひずみ 3次元 FEM

連絡先 〒468-8502 名古屋市天白区塩釜口一丁目 501 番地 TEL 052-838-2343

また, 主応力テンソル $\sigma_{ij}^* (= \text{diag}\{\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3\})$ と全体座標系に対応する応力テンソル σ_{ij} 間において

$$\sigma_{ij}^* = Q_{kl} \sigma_{kl} Q_{lj} \quad (5)$$

で定義される変換行列 Q_{ij} を用いて, 主応力方向に生じる自由膨張ひずみを変換することにより, 全体座標系に対応する自由膨張ひずみ成分 $\Delta\varepsilon_{ij}^{che}$ は次式で表される.

$$\Delta\varepsilon_{ij}^{che} = Q_{ik} \Delta\mu_{kl}^* Q_{jl} \quad (6)$$

ただし, $\Delta\mu_{ij}^* = \text{diag}\{\Delta\mu_1^{che}, \Delta\mu_2^{che}, \Delta\mu_3^{che}\}$ である.

式(6)を初期ひずみとして通常の3次元非線形有限要素解析プログラムに導入することにより, 仕事量一定則に基づいた膨張材料の変形解析を実施することができる.

3. 膨張コンクリートの変形解析の一例

提案したモデルを用いて, はり側面部が化学膨張する RC はりを想定し, 変形解析を行った. 解析対象モデルを図-2 に示す. コンクリートのヤング係数は, 材齢に依らず $2.5 \times 10^4 (\text{N/mm}^2)$ とした. また, コンクリートのポアソン比は 0.2 とした. さらに, 鉄筋のヤング係数は $2.0 \times 10^5 (\text{N/mm}^2)$ とした. 化学膨張する領域として, 図-2 に示す領域を考え, その領域内に膨張エネルギーを与えた. 本研究では膨張エネルギーを与えるにあたり Case1 および Case2 を考えた. Case1 は最小主応力方向のみに単位体積あたりの膨張エネルギーを与えるものであり, Case2 は全ての主応力方向に単位体積あたりの膨張エネルギーをそれぞれ与えるものである. 本研究では単位体積の膨張エネルギー U_{che} は, とりあえず次式で与えることにする.

$$U_{che} = 2.0 \times 10^{-5} (1 - \exp(-t)) \quad (7)$$

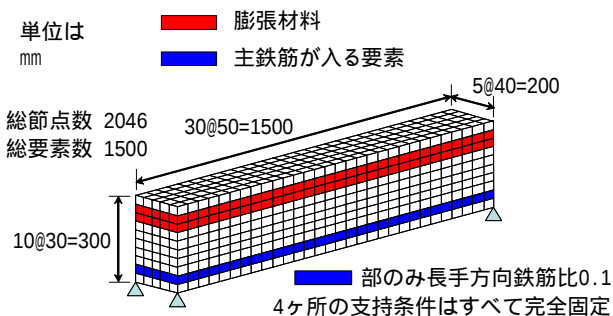


図-2 解析対象モデル

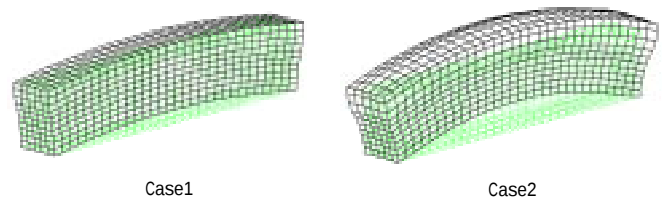


図-3 経過時間 30 日目における変形パターン

単位は N/mm^2

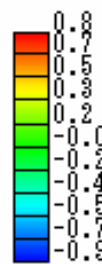


図-4 経過時間 30 日目における長手方向応力分布

ただし, t は材齢(経過時間)である. なお, 式(7)は, あくまで解析上設定したものであり, 実際現象とは必ずしも一致しないことを強調しておきたい.

図-3, 4 に経過時間 30 日目における変形パターンおよび長手方向コンクリート応力分布を示す. これらの図より応力, 変形共に合理的な解が得られていることが分かる. 今回の解析では, 膨張エネルギーの与え方として Case1, Case2 を想定したが, この内どちらが実現象を表現しているのかについては今後さらに検討を行っていく必要がある.

4. おわりに

本研究では, 仕事量一定則に基づいた膨張材料の自由膨張ひずみのモデル化を行った. そして, 提案したモデルを基に変形解析を行った結果, 本研究の範囲内においては, 合理的な解が得られることを確認した. 今後は, 膨張エネルギーの与え方, 他の初期ひずみとの融合問題および非弾性材料への適用について検討を行っていきたいと考えている.

参考文献

- 1) 辻幸和: ケミカルプレストレスおよび膨張分布の推定方法, コンクリート工学, vol.19, No.16, pp.99-104, 1981