

クリープ応力の実務的な区分計算法

新日本技研(株) 仙台支店・設計部 正会員 ○西川 貴志 , 同 正会員 五井 寛治
同・東京支社・設計部 正会員 徳力 健 , 同・本社 正会員 倉方 慶夫

1. はじめに

コンクリートのクリープ応力の計算法は、微分方程式を基にした Dischinger の手法から代数式で扱える Trost 流の新しいクリープ理論に切り替えが進みつつある。しかし、分割施工される多径間連続 PC 桁や PC 連結合成桁などのように完成までに構造系が複数回変化する構造物のクリープ応力の計算を厳密に行うには、微細な時間区分での数値積分を伴うので大変煩雑になる。そのためか、実務では各計算区画で発生するクリープ応力がその後の計算区画に与える影響を無視するなど、かなりの誤差を伴う計算法が採られていることが多い。ここでは、実用的で精度の高いクリープの区分計算法を提案する。

2. 提案のクリープ応力の区分計算法

問題を明確にするために図-1の単純なモデルを用いて提案の手法を説明する。図-1は、コンクリート柱を中心圧縮し、直後にその上下端の変位を完全に拘束とした、いわゆるレラクセーションの例題である。

初期応力 $\sigma_c^{(0)}$ により初期ひずみ $\varepsilon_c^{(0)}(t_0) = \delta^{(0)}/h$ が発生する。

$$\varepsilon_c^{(0)}(t_0) = \sigma_c^{(0)}/E_c(t_0) \quad (1)$$

ここに、 $E_c(t_0)$ は材齢 t_0 におけるヤング係数である。

上下端の変位を拘束しなければ、材齢の進行につれて自由なクリープひずみ $\bar{\varepsilon}_{c,\phi}(t, t_0)$ が進行する。すなわち、

$$\bar{\varepsilon}_{c,\phi}(t, t_0) = \phi(t, t_0) \cdot \varepsilon_c^{(0)}(t_0) \quad (2)$$

であり、 $\phi(t, t_0)$ は材齢 t_0 の初期応力に対するその後の材齢 t までのクリープ係数である。しかし、上下端の変位が拘束されているのであるから、初期応力状態に引戻す応力としてクリープ応力 $\sigma_c^{(\phi)}$ が発生する。これは時間の経過に連れて漸増し、その経過の間にクリープ応力による反クリープ応力が発生するためクリープ応力によるクリープ変形は初期応力に対する式(1)より幾分低下し、 $\rho \cdot \phi$ の形で整理される。ここに、 ρ は材齢係数と呼ばれる低減係数である。このため、クリープ応力は次式で算定され、軸圧縮応力度 σ_c は図-2のように漸減する。

$$\sigma_c^{(\phi)}(t, t_0) = -\frac{E_c(t_0) \cdot \bar{\varepsilon}_{c,\phi}}{1 + \rho \cdot \phi(t, t_0)} = -\frac{\phi(t, t_0)}{1 + \rho \cdot \phi(t, t_0)} \sigma_c^{(0)}(t_0) \quad (3)$$

構造系が変化しても元のコンクリート柱が材齢 t_0 に受けたクリープ性状(すなわち、クリープ係数 ϕ)は変化しないとするのが線形粘弾性理論の仮定であり、また提案法は或る計算区画で発生したクリープ応力の扱い方にあるので、図-1(b)の状態以降は構造系が変化しないモデルで区分計算の説明を進める。

提案法は、微細な時間区分での数値積分と同様のことを、材齢係数を用いて実工程の時間区画で計算するものであり、以下のように扱う。

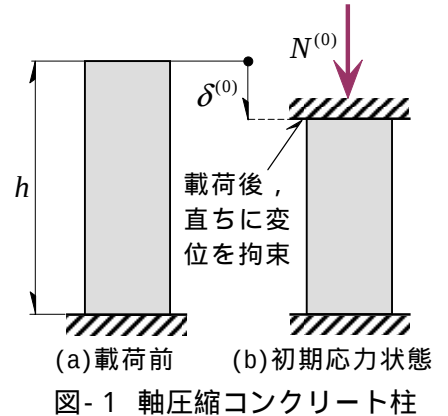


図-1 軸圧縮コンクリート柱

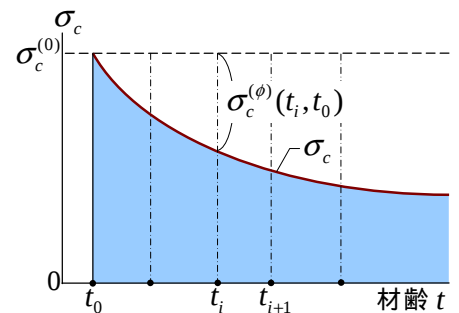
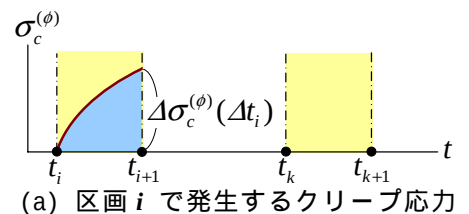
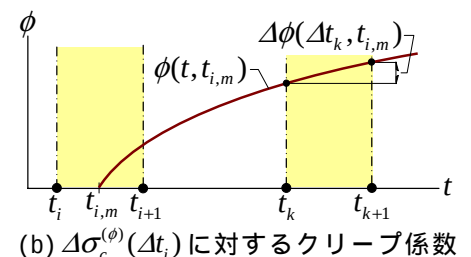


図-2 軸圧縮応力の変化



(a) 区画 i で発生するクリープ応力



(b) $\Delta \sigma_c^{(\phi)}(\Delta t_i)$ に対するクリープ係数

図-3 区画のクリープ応力

キーワード クリープ, クリープ係数, 材齢係数, 区分計算法

連絡先 〒983-0852 仙台市宮城野区榴岡 3-7-35 新日本技研(株) 仙台支店 TEL 022-292-1801

- ・ 計算区画 $i(t_i \sim t_{i+1})$ で発生したクリープ応力を $\Delta\sigma_c^{(\phi)}(\Delta t_i)$ と表すとき(図-3(a)), これに対するクリープ係数を 図-3(b)に示すように, 区画 i の中間点 $t_{i,m} = (t_i + t_{i+1})/2$ を起点とするクリープ係数 $\phi(t, t_{i,m})$ とする.
- ・ $\Delta\sigma_c^{(\phi)}(\Delta t_i)$ に対するクリープひずみを次式で算定する.

$$\Delta\varepsilon_{c,\phi}^{(0)}(t_{i,m}) = \frac{\Delta\sigma_c^{(\phi)}(\Delta t_i)}{E_c(t_{i,m})} \quad (4)$$

- ・ このひずみ $\Delta\varepsilon_{c,\phi}^{(0)}(t_{i,m})$ は式(1)の初期ひずみ $\varepsilon_c^{(0)}(t_0)$ に相当し, これによる計算区画 $k(t_k \sim t_{k+1})$ での自由なクリープひずみの増分 $\Delta\bar{\varepsilon}_{c,\phi}(\Delta t_k, t_{i,m})$ は,

$$\Delta\bar{\varepsilon}_{c,\phi}(\Delta t_k, t_{i,m}) = \Delta\phi(\Delta t_k, t_{i,m}) \cdot \Delta\varepsilon_{c,\phi}^{(0)}(t_{i,m}) \quad (5)$$

と計算できる. ここに, $\Delta\phi(\Delta t_k, t_{i,m})$ は区画 k でのクリープ係数の増分(図-3(b))であり,

$$\Delta\phi(\Delta t_k, t_{i,m}) = \phi(t_{k+1}, t_{i,m}) - \phi(t_k, t_{i,m}) \quad (6)$$

- ・ 式(5)は式(2)に相当し, これによるクリープ応力 $\Delta\sigma_c^{(\phi)}(\Delta t_k, t_{i,m})$ は, 式(3)と同様に,

$$\Delta\sigma_c^{(\phi)}(\Delta t_k, t_{i,m}) = -\frac{E_c(t_k)}{1 + \rho \cdot \phi(t_{k+1}, t_k)} \cdot f \cdot \Delta\bar{\varepsilon}_{c,\phi}(\Delta t_k, t_{i,m}) \quad (7)$$

とする. ここに, f は近似を補正するための補正係数である.

- ・ 初期ひずみ $\varepsilon_c^{(0)}(t_0)$ による区画 k での自由なクリープひずみの増分 $\Delta\bar{\varepsilon}_{c,\phi}(\Delta t_k, t_{i,m})$ は,

$$\Delta\bar{\varepsilon}_{c,\phi}(\Delta t_k, t_{i,m}) = \Delta\phi(\Delta t_k, t_{i,m}) \cdot \varepsilon_c^{(0)}(t_0) \quad (8)$$

であり, これによるクリープ応力の増分は前記と同様に次式で算定できるとする.

$$\Delta\sigma_c^{(\phi)}(\Delta t_k, t_0) = -\frac{E_c(t_k)}{1 + \rho \cdot \phi(t_{k+1}, t_k)} \cdot f \cdot \Delta\bar{\varepsilon}_{c,\phi}(\Delta t_k, t_{i,m}) \quad (9)$$

- ・ 材齢 t_1 のクリープ応力は式(3)で正解が求まり, それ以降は次式となる.

$$\text{材齢 } t_{k+1} \text{ のクリープ応力: } \sigma_c^{(\phi)}(t_{k+1}, t_0) = \sigma_c^{(\phi)}(t_k, t_0) + \Delta\sigma_c^{(\phi)}(\Delta t_k, t_0) + \sum_{i=1}^k \Delta\sigma_c^{(\phi)}(\Delta t_k, t_{i,m}) \quad (10)$$

3. まとめ

以上が本報告の主旨であり, この考え方は剛性法による骨組計算にこのまま取り込める. 式(7)や(9)に相当する荷重項を予め加算しておけば各計算区画での解は1回で求まる. 各計算区画での剛性マトリックスを1回で済ませるために, 式(7)と(9)の右辺第1項の見掛けのヤング係数 $E_c(t_k)/[1 + \rho \cdot \phi(t_{k+1}, t_k)]$ を同じ表式にしたが, ここにやや問題がある. そのために補正係数 f を導入した. しかし, $f=1$ として図-1の例題を幾つかの区画に分けて $t=t_0 \sim \infty$ の間を計算したところ, 式(3)から求まる正解値に対して2区画($t_0=7$ 日 $\rightarrow 28$ 日 $\rightarrow \infty$)の計算誤差は4%であり, 計算区画が増加すると誤差は減少し実務上で問題はないと判断する. その例を表-1に示す.

これに対して, 我国の実務では図-3や式(7)のクリープ応力による更なるクリープ応力を無視した計算が多用されており, これによる誤差は2区画の計算で25%を超え, 計算区画が増えるほど誤差が増加する. 表-1の4区画の計算例では誤差は

45%になり, 圧縮の初期応力度 $\sigma_c^{(0)}=10\text{MPa}$ より大きい引張のクリープ応力を算出し不合理な結果となる.

以上の数値計算に用いたクリープ係数・材齢係数およびヤング係数は, 下記文献に収録されている MC-90 の規準を基にした計算プログラムにより算出した. 我国においても, クリープ係数や乾燥収縮度などをより使いやすい形に早期に整備することが望まれる.

[参考文献] A.Ghali, R.Favre 著, 川上洵, 櫻福浄 訳: コンクリート構造物の応力と変形, 技報堂, 1995

表-1 提案法によるクリープ応力の計算

計算条件		コンクリートの設計基準強度 $\sigma_{ck}=30\text{MPa}$ 等価部材厚 $h_0=200\text{mm}$ 相対湿度 $RH=80\%$, 初期応力 $\sigma_c^{(0)}=10\text{MPa}$				
材齢(日)		$t_0=7$	28	60	120	∞
計算区画 i		0	1	2	3	Σ
$\Delta\sigma_c^{(\phi)}(t_i, t_0)$		-4.454	-1.497	-1.465	-4.745	-12.16
$\Delta\sigma_c^{(\phi)}(\Delta t_i, t_{1,m})$		---	0.767	0.621	1.828	↑ 式(7)を 無視した 計算値
$\Delta\sigma_c^{(\phi)}(\Delta t_i, t_{2,m})$		---	---	0.132	0.275	
$\Delta\sigma_c^{(\phi)}(\Delta t_i, t_{3,m})$		---	---	---	0.288	
$\sigma_c^{(\phi)}(t_i, t_0)$	計算値	-4.454	-5.184	-5.896	-8.249	正解に 対する比率 =1.45
	正解	-4.454	-5.303	-6.022	-8.387	
計算値/正解		1.000	0.978	0.979	0.984	