

マイレージシステムの導入が家計行動に及ぼす影響に関する一考察

京都大学大学院 学生会員 ○菱田憲輔
 京都大学大学院 正会員 松島格也
 京都大学大学院 フェロー 小林潔司

1. はじめに

近年、技術の進歩により様々な交通料金支払い方法やそれに付随するマイレージ制度が実用化されている。マイレージシステムが導入された場合、導入されていない場合と比べてより積極的に交通サービスを利用する可能性がある。本研究では、規定回数の利用で無料利用ができる権利を獲得するマイレージシステムを取りあげる。リアルオプションアプローチにより、不確実性下の家計交通行動をモデル化すると共に、家計が獲得する期待効用を定義し、マイレージシステム導入が家計に及ぼす影響を分析する。

2. 家計交通行動モデル

(1) モデル化の前提条件

有限期間 $[0, T]$ における家計の交通行動を考える。当該期間において家計が交通機関を利用するかどうかを判断する機会(以下、利用機会と呼ぶ)がランダムに到着する。任意の時刻 $t \in [0, T]$ において利用機会が到着したとき、家計は当該サービスを利用する場合としない場合それぞれの期待効用を比較して、期待効用が最大になるように利用するか否かを意思決定する。一回の利用機会の到着により家計が獲得する効用は $\hat{u} - p$ (利用する場合)、 0 (利用しない場合)と表現できる。ここに $p \geq 0$ はサービス利用料金、 $u \geq 0$ はトリップ効用であり、いずれも金銭タームで表される。トリップ効用 u は領域 $(0, \infty)$ で定義される確率密度関数 $f(u)$ に従う確率変数であり、その値は利用機会が到着して初めて確定する。確定した効用は $\hat{u}$ で表現している。効用最大化行動をとる家計が利用機会到着時に獲得する期待効用は $\max\{\hat{u} - p + E[W]_a, E[W]_b\}$ と表現できる。ここで $E[W]_a, E[W]_b$ は利用する場合、しない場合の当該時刻以降 T までに獲得する期待効用である。利用機会はポアソン過程 $\frac{e^{-\lambda \Delta t}}{\lambda \Delta t}$ に従って到着するとし、微小時間 Δt の間に利用機会が到着する確率を $P(\Delta t)$ とする。ポアソン過程の仮定により Δt の間には利用機会が2回以上到着しない。ここで、区間 $[0, t)$ における利用回数が l ($l = 0, \dots, \infty$) 回である家計の、任意の時刻 t ($0 < t < T$) における期待効用 $E[W]_l^t$ と、その Δt 時間後の期待効用

$E[W]_l^{t+\Delta t}$ との関係を下のように表現しよう。

$$E[W]_l^t = P(\Delta t) \left\{ \int_{\alpha_{l=m}^t}^{\infty} (u - p + E[W]_{l=m+1}^{t+\Delta t}) f(u) du + \int_0^{\alpha_{l=m}^t} (0 + E[W]_{l=m}^{t+\Delta t}) f(u) du \right\} + \{1 - P(\Delta t)\} E[W]_l^{t+\Delta t} \quad (1)$$

ここに、 $\alpha_{l=m}^t$ は家計がサービスを利用するかどうかを意思決定のトリップ効用の閾値(以下、臨界効用と呼ぶ)であり、以下の関係式を満たす。 $\alpha_{l=m}^t - p + E[W]_{l=m+1}^t = E[W]_{l=m}^{t+\Delta t}$ 。

(2) 普通料金システム

まず、マイレージシステムが存在しない場合(普通料金システム)を考えよう。普通料金システム下における料金を p^0 とする。上付き添字 0 は普通料金システム下であることを示す。普通料金システムでは、利用機会が到着する毎の意思決定は過去の利用回数に依存しないので、 $E^0[W]_{l=m+1}^{t+\Delta t} = E^0[W]_{l=m}^{t+\Delta t}$ が成立する。また、時刻 T での期待効用は 0 であるから $E^0[W]_l^T = 0$ となる。漸化的に於いて時刻 0 における期待効用を求めると以下のようになる。

$$E^0[W]^{t=0} = \lambda T \left\{ -p^0 + \int_0^{p^0} F(u) du + \int_0^{\infty} u f(u) du \right\} 2$$

ここで、トリップ効用が平均 $1/\mu$ の指数分布 $f(u) = \mu e^{-\mu u}$ に従うとすると初期時点での期待効用は以下のように表現することができる。

$$E^0[W]^{t=0} = \lambda T e^{-\mu p} / \mu \quad (3)$$

(3) マイレージシステム

次に、 $d-1$ 回サービスを利用すれば次の機会において無料でサービスが利用できる権利を獲得できるマイレージシステムを考えよう。マイレージシステム下での料金を p^1 (以下、マイレージ料金と呼ぶ。) とする。以降、上付き添字 1 はマイレージシステム下であることを示す。時刻 0 から T までの期間をマイルの行使可能期間とし、時刻 T においてそれまでに獲得した全てのマイレージは失効するとしよう。このとき、時刻 T 以降の期待効用は 0 となるので、 $E^1[W]_l^T = 0$ ($l = 0, 1, \dots, \infty$) となる。利用回数 l 回の時の家計の料金を p_l ($l = 0, 1, \dots, \infty$)

とすると、任意の n ($n = 0, 1, \dots, \infty$) に対して

$$\begin{cases} p_l = 0 & \text{when } l = n(d-1) \\ p_l = p^1 & \text{when } l \neq n(d-1) \end{cases} \quad (4)$$

マイレージシステムでは期待効用が利用回数に依存する．式(1)を展開すれば、マイレージシステム下において以下の関係式が成立する．

$$\frac{dE[W]_{l=m}^t}{dt} = -\lambda \left\{ -\alpha_{l=m}^t + \int_0^{\alpha_{l=m}^t} F(u)du + \int_0^\infty uf(u)du \right\} \quad (5)$$

ただし、臨界効用は $\alpha_{l=m}^t = p^1 + E[W]_{l=m}^t - E[W]_{l=m+1}^t$ として表される．前節と同様にトリップ効用が指数分布 $f(u) = \mu e^{-\mu u}$ に従うとする．時刻 T における期待効用 $E[W]_{l=T}^t$ は 0 である．また、十分大きな正の数 M を導入し、利用回数が $m+1$ である家計の期待効用は 0 であるとしよう．このとき、以下の方程式を得る．

$$\frac{dE[W]_{l=m}^t}{dt} = -\frac{\lambda}{\mu} e^{-\mu \alpha_{l=m}^t} \quad (6)$$

式(6)を解けば、期待効用 $E[W]_{l=m}^t$ は以下のように求められる．

$$E[W]_{l=m}^t = \frac{1}{\mu} \log \{ 1 + \lambda e^{-\mu p} \{ T - t \} \} \quad (7)$$

式(7)を式(5)に代入してその微分方程式を解けば、期待効用 $E[W]_{l=m-1}^t$ は

$$E[W]_{l=m-1}^t = \frac{1}{\mu} \log \left[1 + \lambda e^{-\mu p} \left\{ \frac{1}{1!} (T-t) + \frac{1}{2!} (T-t)^2 (\lambda e^{-\mu p}) \right\} \right] \quad (8)$$

となる．以降、上記と同様、漸化的に任意の利用回数 l ($l = 0, 1, \dots, M$) における期待効用 $E[W]_l^t$ を求めると、利用回数 a と $a+1$ の時との期待効用との間に、以下のような関係があることがわかる．

$$\begin{cases} E[W]_{l=a}^t = \frac{1}{\mu} \log \{ h(t) \} \\ E[W]_{l=a-1}^t = \frac{1}{\mu} \log \{ 1 + \lambda e^{-\mu p^1} (\int_t^T h(t) dt) \} \end{cases} \quad (9a)$$

$$\begin{cases} E[W]_{l=a}^t = \frac{1}{\mu} \log \{ h(t) \} \\ E[W]_{l=a-1}^t = \frac{1}{\mu} \log \{ 1 + \lambda (\int_t^T h(t) dt) \} \end{cases} \quad (9b)$$

式(9a)は a 回目の利用時に料金 p_1 を支払って利用する場合、式(9b)は a 回目に無料で利用する場合の関係式を示している．なお、 $h(t)$ は式(8)より順次導出された関数を表している．以上より、マイレージシステム下で利用回数が 0 の場合の時刻 t における期待効用は以下のようにして表現できる．

$$E^1[W]_{l=0}^t = \frac{1}{\mu} \log \left\{ \lim_{m \rightarrow \infty} \sum_{k=0}^m \sum_{n=dk}^{d(k+1)-1} \frac{(\lambda(T-t))^n (e^{-\mu p^1})^{n-k}}{n!} \right\} \quad (10)$$

3. 分析結果の考察

(1) 臨界効用水準

ここでは、料金を $p^0 = p^1 = p$ と設定して、マイレージシステム下の家計の臨界効用が普通料金システム下の家計の臨界効用に対してどのように変化するかを考察する．普通料金システム下及びマイレージシステム下における臨界効用水準はそれぞれ、 $\alpha_{l=m}^t = p$, $\alpha_{l=m}^t = p + E^1[W]_{l=m}^t - E^1[W]_{l=m+1}^t$ となる．これらの臨界効用の大小関係を比較するには、 $E^1[W]_{l=m}^t, E^1[W]_{l=m+1}^t$ を比較すればよい．簡略化のため $A(x) = \frac{(\lambda(T-t)e^{-\mu p})(x-1)}{(x-1)!}$ とすると、

$$E^1[W]_{l=ad+k}^t - E^1[W]_{l=ad+k+1}^t = \frac{1}{\mu} \log \left\{ \sum_{l=1}^{\infty} A(ld-k) e^{l\mu p} (1 - e^{\mu p}) \right\} \quad (11)$$

若干の計算により、 $E^0[W]_{l=ad+k}^t - E^1[W]_{l=ad+k+1}^t < 0$ であることがわかる．したがって、マイレージシステム下の臨界効用 $\alpha_{l=m}^t < p$ とわかる．つまり、利用時の料金を同じと設定した場合には、マイレージシステム下の家計の臨界効用の方が普通料金システム下の家計の臨界効用よりも下がる．同様にして、任意の m ($m = (n-1)d, \dots, nd-1$) に対して $\alpha_{l=m}^t > \alpha_{l=m+1}^t$ となることが示せる．すなわち、利用回数が蓄積されて無料利用機会の獲得が近づくほど臨界効用水準は下がる．

(2) 期待効用比較

普通料金システム下、マイレージシステム下の初期時点での期待効用を比較する．比較のため、 $E^0[W]_{l=0}^t$ をマクローリン展開することで級数形式にすると、

$$E^0[W]_{l=0}^t = \frac{1}{\mu} \log \left\{ \lim_{m \rightarrow \infty} \sum_{k=0}^m \sum_{n=dk}^{d(k+1)-1} \frac{(\lambda(T-t)e^{-\mu p^0})^n}{n!} \right\} \quad (12)$$

システムの違いによる期待効用の違いのみに着目するため各料金システムでの料金を調整し料金総額を同様として比較を行う．そのため $dp^0 = (d-1)p^1$ と設定する．

$$E^0[W]_{l=0}^t - E^1[W]_{l=0}^t = \frac{1}{\mu} \log \left\{ \sum_{k=0}^{\infty} \sum_{y=1+dk}^{d(k+1)} A(y) ((e^{\frac{\mu p^1}{d}})^{y-1} - e^{-k\mu p}) \right\} \quad (13)$$

となり、若干の計算により、 d, μ の値にかかわらず $E^0[W]_{l=0}^t > E^1[W]_{l=0}^t$ となる．

4. おわりに

本研究では、交通機関利用機会に不確実性を考慮した家計の交通行動をモデル化し、マイレージシステムの導入が臨界効用水準の低下と期待効用の低下をもたらすことを示した．