

飽和 - 不飽和浸透流解析の収束性に関する数値実験

清水建設 正会員 ○山田俊子・櫻井英行・白石知成

1. はじめに

計算機の発達により、有限要素法(FEM)解析の大規模化が急速に進み、PCレベルでも数百万自由度といった問題が行えるようになり、地下水浸透流解析も複雑な地質構造を精度よくモデル化した三次元解析が可能になった。地下水の流れは本来非定常であるが、現象が非常に緩慢なことから、設計の現場では定常問題として扱うことも少なくない。しかし、自由水面を伴う非線形解析では解が収束しにくいことが知られている。大規模モデルにおいて、試行錯誤を繰り返したうえに収束解が得られないことすらある。この問題は度々指摘されているが、あいまいにされているのが実情であるように思える。そこで今回は、収束しにくい問題を取り上げ、数値実験を行い、収束性について得られた知見について報告する。

2. FEM 定常解析

地下水浸透流問題の支配方程式を次に示す¹⁾。

$$\nabla \cdot K(\psi) \nabla \phi - \frac{\partial \psi}{\partial t} (c(\psi) + \alpha S_s) = 0 \quad (1)$$

ここに、

$$\alpha = \begin{cases} 0 : \text{不飽和領域} \\ 1 : \text{飽和領域} \end{cases}$$

また、 $K(\psi)$ は透水係数、 ψ は圧力水頭、 ϕ は全水頭、 $c(\psi)$ は比水分容量、 S_s は比貯留係数である。一般に地下水の流速は非常に遅いので、速度項は無視され、全水頭 ϕ は既知の位置水頭 z と圧力水頭 ψ の和で表される。

$$\phi = \psi + z \quad (2)$$

FEM定常解析では式(1)において左辺第2項の時間微分項をゼロとした線形連立一次方程式を解く。

自由水面を伴う飽和 - 不飽和浸透流解析では2つの非線形性を取り扱わなくてはならない。すなわち、地下水面より上の不飽和領域における浸透特性の非線形性と地下水の涵養または浸出面となりうる境界での境界条件の非線形性である。不飽和領域の浸透特性は、圧力水頭、飽和度、飽和透水係数に対する比透水係数の関係として解析に導入される。FEM 解析ではこれらの非線形性を考慮して、代数方程式を修正しながら、所定の収束条件を満足するまで反復計算を実行する。

3. 定常解析による数値実験

数値実験では、難透水層の下にトンネルを掘削したことを想定し、図-1に示す鉛直断面でモデル化した。解析領

域は構造格子で分割し、表-1に示す格子サイズをパラメータとしたケーススタディを行った。不飽和浸透特性は、図-2に示す砂丘砂の関数モデル²⁾を用いた。収束条件は、反復計算における $i-1$ 回目の解と i 回目の解の差の最大値ノルムが 0.05m 以下とした。

図-3に case1 と case3 の反復計算途中における圧力水頭分布の変化を示す。以下、図中の○に示す領域に着目して述べる。 $i-1$ 回目の解が負圧になると(不飽和になると)、 i 回目の計算に用いる透水係数は不飽和浸透特性により小さな値に設定される。すると、 i 回目の解は圧力が上昇し正圧となり、 $i+1$ 回目の計算に用いる透水係数は飽和状態の大きな透水係数となる。 $i+1$ 回目の解は圧力が低下し、再度負圧に戻る。この現象は格子サイズによらず、トンネル上部の比較的広い領域で繰り返し発生し、全てのケースで最終的に収束解を得ることができなかった。これは、定常解析では反復計算時の圧力水頭値の変化量が大きい、不飽和浸透特性のような強い非線形性を考慮させた場合、計算ステップごとに物性が大きく変動し、収束が困難になるためと考えられる。

4. 非定常解析による収束の確認

表-1 のケースについて、トンネル掘削前の状態を初期条件とし、比貯留係数 S_s を 10^{-5}m^{-1} とした非定常解析を実施したところ、全てのケースで収束条件を満たし、概ね定常解まで近づいていくことが確認できた。case3 の 1000 日後の圧力水頭分布結果を図-4に示す。非定常解析では、トンネル掘削に伴う圧力の低下が時間を追って緩やかに広がるため、不飽和浸透物性が極端に変化せず、安定した解析が実行できたと考えられる。

5. おわりに

本報告では、収束性が悪いと言われている自由水面を伴う飽和 - 不飽和浸透流問題について、FEM 定常解析による数値実験を行った。今回のモデルについては、格子サイズを小さくすることによる収束性の向上は図れなかった。

ここでの結果は一例には過ぎないが、定常問題としてモデル化する場合でも、収束困難な問題に対しては、非定常解析により定常状態まで安定した計算を行えることが確認できた。定常解析により試行錯誤を繰り返すよりも、非定常解析を行った方が効率的な場合があるともいえる。

また、定常解析においても非線形の反復計算の過程で何らかの工夫をすることによって、収束性の改善が図れるとも考えられる。これについては今後の課題としたい。

キーワード: 飽和 - 不飽和、浸透流解析、収束性、不飽和浸透特性、非線形性

連絡先 〒135-8530 東京都江東区越中島 3-4-17 TEL:03-3820-8779

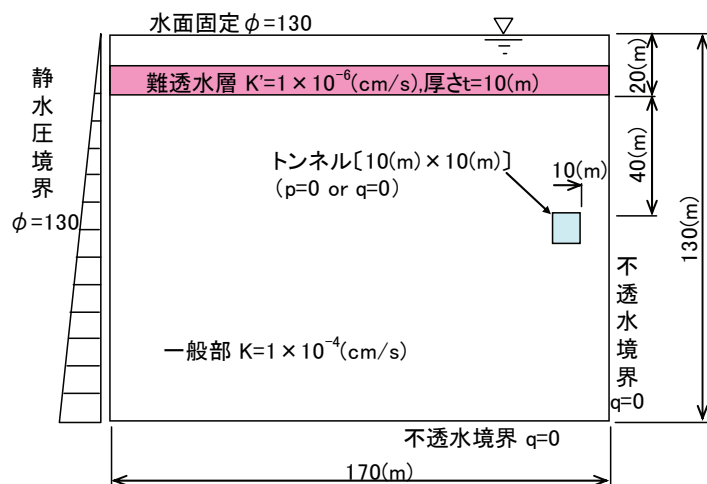


図-1 解析モデル

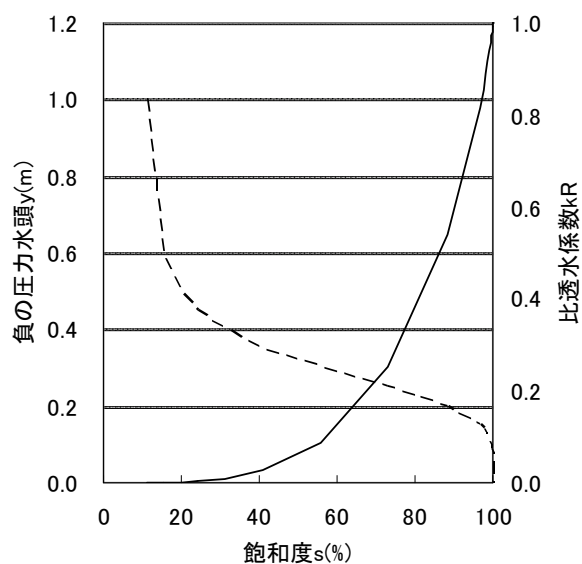


図-2 不飽和浸透特性

表-1 解析ケース

解析ケース	メッシュ サイズ(m)	節点数
case1	5	1,888
case2	2.5	7,296
case3	1	44,640
case4	0.5	177,280

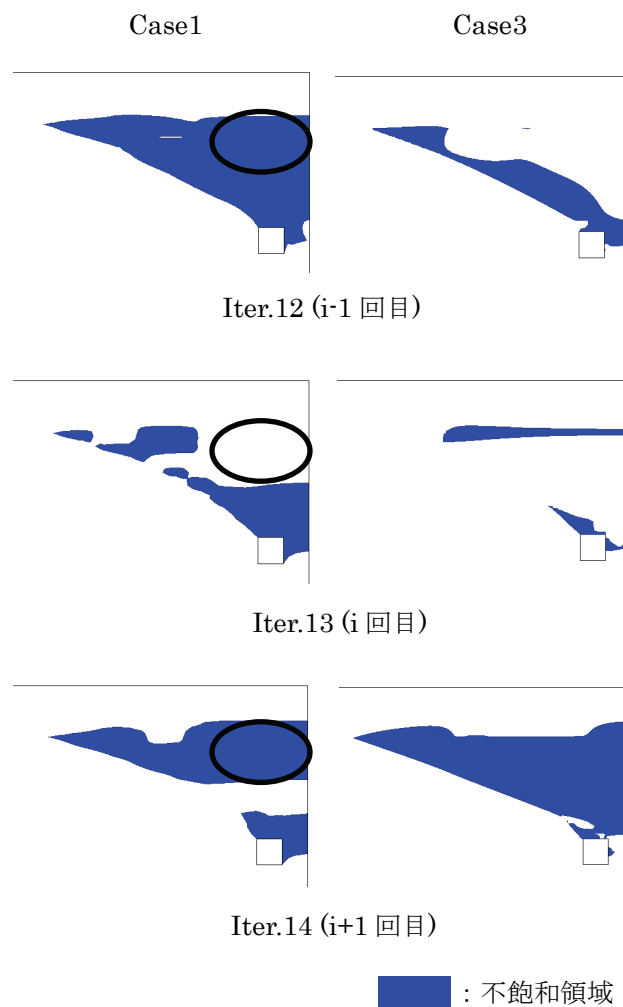
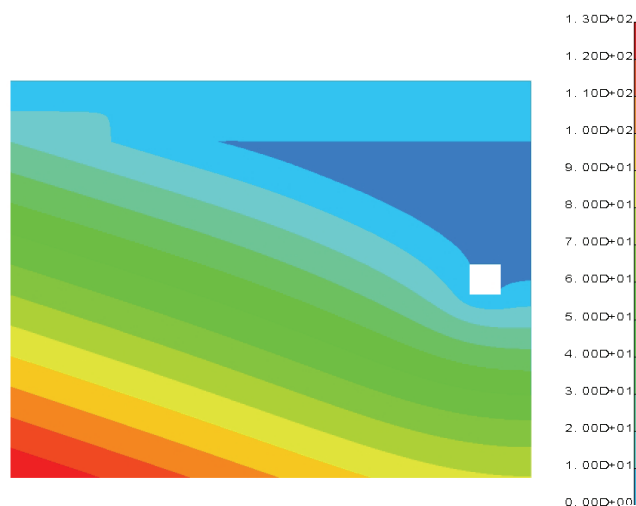


図-3 反復計算途中の不飽和領域変化状況

図-4 非定常解析結果圧力水頭分布
(case3,1000 日後)

参考文献

- 1) 赤井, 大西, 西垣: 有限要素法による飽和-不飽和浸透流の解析, 土木学会論文集, 264, pp.87-96, 1977.
- 2) 竹下, 河野: 不飽和浸透特性の推定方法とその適用について, 地盤と建設, 11-1, pp.127-136, 1993.