

水～土連成解析における安定化メッシュフリー法の数値適用性

松江工業高等専門学校 柴田 俊文
岡山大学環境学研究科 村上 章

1. はじめに

水～土連成問題の解析では、ロッキングによる圧密初期の間隙水圧空間振動という問題がある¹⁻⁴⁾。この問題の対処方法として、FEMでは間隙水圧に関する形状関数の次数を変位のそれよりも一次以上下げる方法や、安定化項を導入する方法、形状関数が同次の場合に安定化要素を用いる方法などがある。著者らは、これまでに、メッシュフリー法を水～土連成有限変形解析に適用し、安定化項を付加してロッキングを抑制する効果を示している。本研究では、この安定化項を用いたメッシュフリー法を基礎押し込みの問題に適用し、その数値妥当性を検討する。

2. EFGM と安定化項

本研究ではメッシュフリー法の一つである Element Free Galerkin 法 (EFGM)⁵⁾を用いて水～土連成有限変形解析を行う。定式化の概略を図-1に示す。先に述べたように、水～土連成解析では、間隙水圧の空間振動という問題が圧密初期に発生する。この振動を抑え解の安定性を確保するために、FEMでは間隙水圧に関する形状関数の次数を変位よりも一次下げる方法を採用することが多い。しかし EFGM では MLS によって形状関数を求めているため、変位と間隙水圧の節点数を異なるものにして形状関数の次数を変化させるのは不自然である。以上の理由より、EFGM に安定化項を付加して解析を行う。

安定化項は、連続式を弱形式で表した式に付加する。下式の左辺最終項が安定化項である。

$$\begin{aligned}
 & - \int_V (trD) \delta h dV + \int_V v_w \cdot grad \delta h dV \\
 & - \int_{\Gamma_q} \bar{q} \delta h dS - \int_{\Gamma_h} \beta (h - \bar{h}) \delta h dS \\
 & + \frac{\alpha}{2} \cdot \delta \int_V \dot{h}^2 dV = 0
 \end{aligned} \tag{1}$$

ここで、 δ は変分、安定化項の α は安定化パラメータ、 h は間隙水圧、 h のドットは空間微分、 V は領域を示す。空間振動が生じた場合、間隙水圧は鋸刃状の様相を示すため、各節点で微分値を得ることができない。式(1)の安定化項は間隙水圧の微分値を拘束することで、各節点の勾配を滑らかにし、振動を抑制することを目的としている。

次に、EFGM に式(1)を適用する際の特徴を FEM の形状関数との比較により述べる。FEM で解析する際の間隙水圧の次数が 2 の場合、式(1)の安定化項を適用した場合には次数は一階微分により 1 次 (線形補間) となり、精度が必ずしも良好ではないことがある。それに対し EFGM では MLS を用いているため一階微分したものも滑らかであり、解の計算精度が低下しないという特徴がある。

3. 基礎押し込みの解析

飽和地盤における基礎押し込みの解析を行う。図-2(a)に解析諸元と境界条件、(b)に初期節点配置図を示す。ここで構成モデルには有限変形 Cam-Clay モデル、差分は前進差分を用いて解析する。EFGM の領域積分

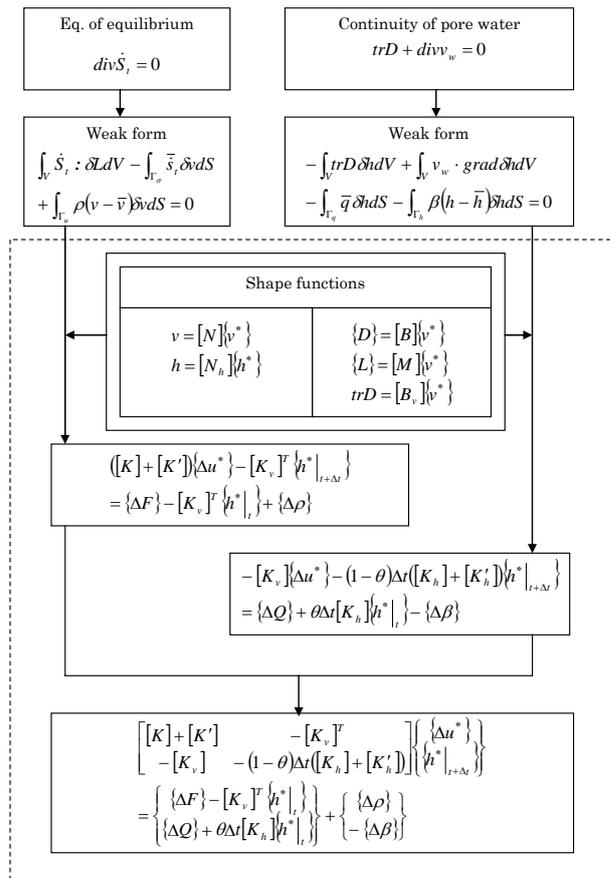
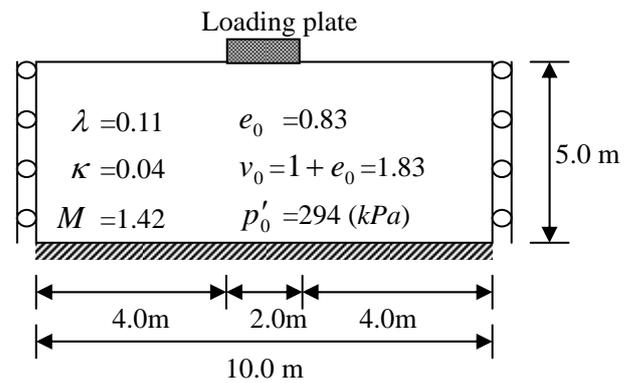
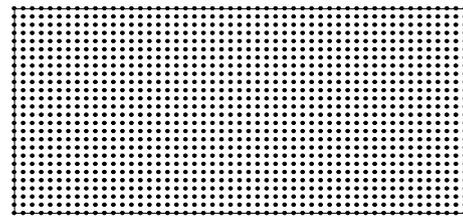


図-1 EFGM の定式化

に用いるバックグラウンドセルは $0.2\text{m} \times 0.2\text{m}$ とし、 5×5 の Gauss 積分を使用する。なお、解析モデルの変形状況に応じ、境界部分のバックグラウンドセルは $0.1\text{m} \times 0.1\text{m}$ に分割して解析する。境界条件の処理にはペナルティ法を用い、ペナルティ数は 1.0×10^6 を用いて解析を行った。節点数は、縦 26 個 \times 横 51 個の合計 1326 個としており、境界部は、モデル下部で完全固定、側部で水平方向を拘束している。形状関数は変位・間隙水圧ともに一次基底の Quartic spline weight function を採用し、サポート半径は 1.0 を使用する。ここでスケールファクター（バックグラウンドセルの長さ とサポート半径の比）は 1.5 として解析を行った。また、Loading plate で $0.1\%/\text{min}$ の変位制御とし、基礎部は端面摩擦を考慮している。ここで上面のみ排水を許容し、他は非排水条件とした。なお、式(1)中の安定化パラメータ α は 0.01 を用いて解析を行った。図-3(a) に安定化項を考慮していない結果、(b) に安定化項を考慮している結果を変位ベクトルで示す。なお、この変位ベクトルの図は、初期節点配置から、解析終了後までの変位をベクトルで表現している。図-3(a) では変形状態が正しく得られておらず、乱雑な方向を示した変位ベクトルの図が確認できる。このことから、空間振動が変位に影響を及ぼしていることが確認できる。一方、図-3(b) では、載荷後の状態を良好に示しており、安定化項が振動を抑制することで、良好な結果をもたらしていることがわかる。

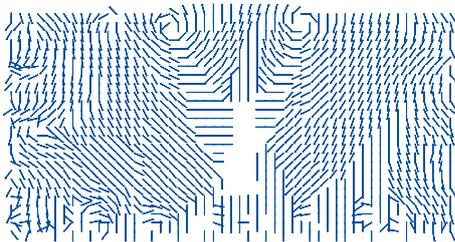


(a) 解析諸元と境界条件

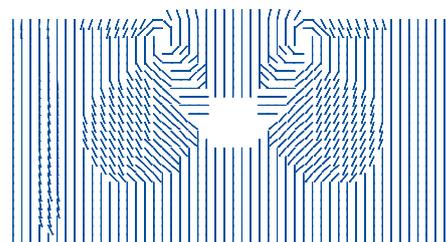


(b) 初期節点配置図

図-2 基礎押し込みの解析モデル



(a) 安定化項を考慮していない場合



(b) 安定化項を考慮した場合

図-3 解析結果

4. まとめ

本研究では、EFGM を用いて水～土連成有限変形解析を行うにあたり、間隙水圧の空間振動（ロッキング）を軽減することを目的に、安定化項を導入して解析を行っている。基礎押し込みの地盤の解析に対し、良好な数値妥当性を示すことができた。

参考文献

- 1) Murakami, A., Setsuyasu, T. and Arimoto, S.: Mesh-free method for saturated soil within finite strain and its numerical validity, *Soils and Foundations*, 45(2): 145-154, 2005.
- 2) Pastor, M., Li, T., Liu, X. and Zienkiewicz, O.C.: Stabilized low-order finite elements for failure and localization problems in undrained soils and foundations, *Comput. Meth. Appl. Mech. Engrg.*, 174: 219-234, 1999.
- 3) Mira, P., Pastor, M., Li, T. and Liu, X.: A new stabilized enhanced strain element with equal order of interpolation for soil consolidation problems, *Comput. Meth. Appl. Mech. Engrg.*, 192: 4257-4277, 2003.
- 4) Zienkiewicz, O.C., Qu, S., Taylor, R.L. and Nakazawa, S.: The patch test for mixed formulations, *Int. J. Numer. Meth. Engrg.*, 23: 1873-1883, 1986.
- 5) Belytschko, T., Lu, Y.Y. and Gu, L.: Element-free Galerkin methods, *Int. J. Numer. Meth. Engrg.*, 37(5): 229-256, 1994.