

砂質地盤における支持力挙動の三次元弾塑性解析によるシミュレーション

東北大学 学生会員 ○藤澤利光
 東北大学 正会員 山川優樹
 東北大学 正会員 池田清宏

1. はじめに

表面基礎の極限支持力として、Prandtl により 2 次元帯状基礎の極限支持力が理論値として与えられている。だが、工学的には支持力とともに変形挙動を求めることが重要であり、有限要素解析による変形挙動予測が行われている。1) 既往の研究では、摩擦性材料である地盤の簡易な弾塑性構成モデルとして Drucker-Prager モデルが用いる場合が多いが、圧縮伸張状態が複雑に混在する支持力問題では、3 軸圧縮試験により得られる材料定数により地盤の材料特性を一様に定めると、引張り状態の地盤に対して降伏応力を過大評価するため、極限支持力を正しく再現し得るとはいえず、また、体積変化と密接に関わる内部摩擦角やダイレイタンシー角を一定とするため、地盤内部の体積変化に伴う変形挙動も実現象に則した予測が出来ていない。そこで、本研究では圧縮伸張状態を正當に評価する Matsuoka-Nakai モデル等の第 3 不変量を導入したモデルおよび、ストレスダイレイタンシー関係に関する発展則の利用による、支持力問題の数値解析シミュレーションの可能性を示す。

2. 弾塑性構成モデルと極限支持力

(1) 平面ひずみ

摩擦性材料である砂質地盤の破壊基準として Drucker-Prager モデルを用いた有限要素解析により、2 次元平面ひずみの極限支持力を求めることが出来る。図-1 に示す、2 次元平面帯基礎地盤を解析対象とする。解析条件は、四辺形アイソパラメトリック 2 次要素を用いた 728 要素からなる半領域非構造メッシュであり、地盤の中心に基礎を配置し、鉛直載荷を行った際の半領域数値解析シミュレーションを行った。図-2 に解析結果を示す。比較対象として、Prandtl による帯状フーチングの極限支持力の理論解を併記した。幾つかの摩擦角に対して計算を行ったが、いずれも本 FEM では理論解と合致した極限支持力が得られていることが確認できた。

(2) 3 次元基礎

弾塑性構成モデルとして、Drucker-Prager モデルを用いた有限要素解析による 3 次元数値解法では、極限支持力を正確に求めることができないということが知られている。これは、偏差応力面において実験結果に基づく圧縮条件、伸張条件の降伏応力を結ぶ変 6 角形 Mohr-Coulomb モデルに対して、Drucker-Prager モデルでは圧縮伸張で同じ条件を与えられることにより、3 軸圧縮試験による定数を用いた場合では、引張り状態の要素の降伏応力が過大評価、伸張の定数を用いた場合では圧縮側が過小評価となるためである。3 次元支持力問題では、地盤内部の圧縮伸張状態が複雑に混在するため、弾塑性構成モデルとして Drucker-Prager モデルを用いることは妥当ではないといえる。そこで、本研究では変 6 角形 Mohr-Coulomb モデルを滑らかにつなぐことにより、偏差応力面での尖り点により計算が煩雑になるという問題点を解消した Matsuoka-Nakai モデルを構成モデルとした有限要素解析によるシミュレーションにより、支持力問題への適用性の検証を行う。

数値解析結果

Matsuoka-Nakai モデルは以下の式で表される。

$$\alpha I_3 - I_1 I_2 = 0 \dots\dots\dots (1)$$

ここで

$$I_1 = \sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3, \quad I_2 = \sigma_1 \sigma_2 + \sigma_2 \sigma_3 + \sigma_3 \sigma_1, \quad I_3 = \sigma_1 \sigma_2 \sigma_3, \quad \alpha = \frac{9 - \sin^2 \phi}{1 - \sin^2 \phi}$$

である。

解析対象モデルは図-3 に示す四辺形アイソパラメトリック 2 次要素 728 要素からなる半領域非構造メッシュ、軸対称解析モデルであり、地盤の中心に円形基礎を配置し、鉛直載荷を行った際の数値解析シミュレーションを行った。

図-4 に三軸圧縮、伸張それぞれの条件より決定した定数を用いた Drucker-Prager モデルを用いた場合と、Matsuoka-Nakai モデルを用いた場合の、それぞれの有限要素解析による荷重変位曲線と、Prandtl の極限支持力理論との比較を示す。それぞれ、内部摩擦角 $\phi = 20^\circ$ 、粘着力 $c = 10\text{kPa}$ とし、関連流れ則に従うとした。3 次元基礎の極限支持力については、De Beer²⁾により実験に基づいた補正係数による Prandtl の極限支持力公式の 3 次元への拡張が行われており、これを比較対象とした。これは、Prandtl の理論解に補正係数 α を乗じたものであり、 α は以下の式で示される。ここで、 B は基礎幅、 l は基礎の奥行き、 N_q は基礎の根入れ深さに関する定数である。

$$\alpha = 1 + \frac{B}{l} \frac{N_q}{N_q - 1} \sin \phi \dots\dots\dots (2)$$

Keywords: 支持力問題; 表面基礎; 弾塑性構成モデル

〒980-8579 宮城県仙台市青葉区荒巻字青葉 6-6-06 Phone: 022-795-7419

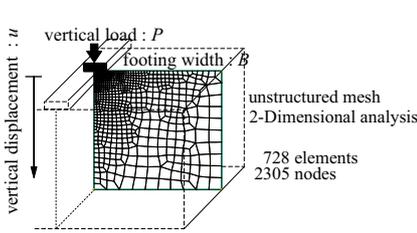


図-1 2-Dimensional analysis model.

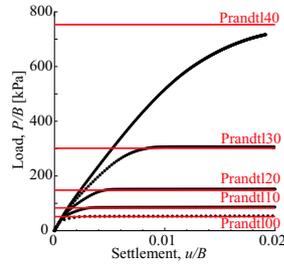


図-2 Result of 2-Dimensional analysis.

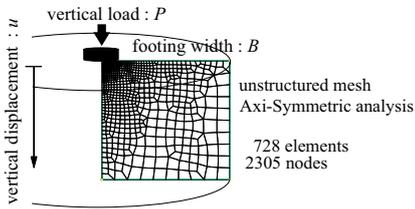


図-3 Axi-Symmetric analysis model.

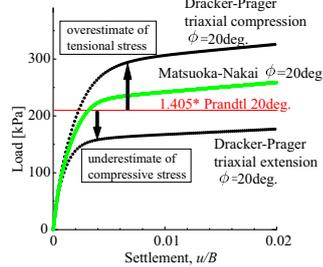


図-4 Comparison of each model.

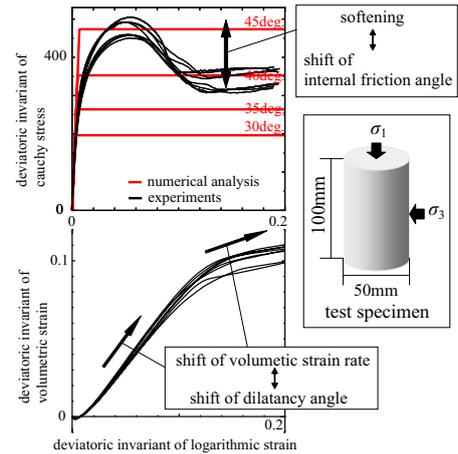


図-5 Principal stress difference and volumetric strain.

荷重に対し、著しい変位の増加を呈するところを極限支持力とするので、Drucker-Prager モデルを用いた場合には正当な評価が出来ていないのに対し、Matsuoka-Nakai モデルを用いた場合には比較的妥当な結果が得られていることが確認できる。

3. 荷重低下挙動の再現

これまでの検討で極限支持力を比較的精度良く求めることが出来たが、実験では、荷重低下挙動を示すことが知られている。これを再現する方法として、構成モデルの高度化として内部変数の発展則の導入を考える。

(1) 要素の軟化挙動

ここでは地盤のダイレイタンスーについて述べる。有限要素が三軸供試体の挙動に従うものとして、三軸試験による変形挙動の再現を考え、また図-5 に示すように、塑性ひずみの進行に伴う、要素の硬化・軟化挙動は摩擦角の変動によるものとして話を進める。偏差応力の不変量を q 、等方応力を p とすると、応力比と摩擦角は以下のような関係がある。

$$\frac{\sigma_1 - \sigma_3}{\sigma_1 + \sigma_3} = \frac{q}{p} = \sin \phi_{mob} \dots \dots \dots (3)$$

ここで、 ϕ_{mob} は対数塑性ひずみの進行に伴い変化する動員摩擦角とする。

また、 ϵ_0^p を塑性ひずみとし、体積ひずみ速度を $\dot{\epsilon}_v$ 、偏差ひずみ速度を $\dot{\epsilon}_s$ とすると、これらとダイレイタンスー角との間には以下のような関係がある。

$$-\frac{\dot{\epsilon}_1^p + \dot{\epsilon}_3^p}{\dot{\epsilon}_1^p - \dot{\epsilon}_3^p} = -\frac{\dot{\epsilon}_v}{\dot{\epsilon}_s} = \sin \psi_{mob} \dots \dots \dots (4)$$

ここで、 ψ_{mob} は塑性ひずみの進行に伴い変化する動員ダイレイタンスー角とする。

(2) ストレス-ダイレイタンスー関係の導入

図-5 から分かるように、主応力比の変化とダイレイタンスー係数とは何らかの関係があることが知られている。これはストレスダイレイタンスー関係として幾つかの定式化が行われている。ここでは、Teunissen モデルを用いることを考え、摩擦角とダイレイタンスー角の関係は以下のように定式化される。

$$\sin(\phi_{mob} - \phi_R) = \sin \psi_{mob} \cdot \cos \phi_R \dots \dots \dots (5)$$

ここで ϕ_R は残留状態における摩擦角であり、材料に固有の値である。よって、ダイレイタンスー角は摩擦角の変化に伴うので、主応力比の変化 = 摩擦角の変化 → ダイレイタンスー角の変化 = 体積変化量の変化が正しく再現され、地盤の変形による密度変化を實現象に則した形で予測できるものと考えられる。

4. 今後の展望

今後の展望として、有限要素解析に摩擦角の動員及びストレス-ダイレイタンスー関係を導入することにより、基礎の支持力問題における荷重低下挙動の再現が期待される。

参考文献

- 1) M.S.A. Siddiquee, Fumio Tatsuoka, Tadatsugu Tanaka, Kazuo Tani, Kenji Yoshida, and Tsutomu Morimoto (2001): Model tests and FEM simulation of some factors affecting the bearing capacity of a footing on sand. *Soils and Foundations*, Vol. 41, No.2, pp. 53-76. Apr.2001, Japanese Geotechnical Society
- 2) E.E.De Beer. (1970): Experimental determination of the shape factors and the bearing capacity factors of sand. *Geotechnique* 20., No.4, 387-411.