

中間主応力・密度・構造を考慮した簡単な土の構成モデル

名古屋工業大学大学院 学生会員 ○京川 裕之
 名古屋工業大学 正会員 中井 照夫, 張 鋒, 菊本 統

1. はじめに

構成モデルにおいて密度・拘束圧や構造(高張り)の影響を考慮するために, 下負荷面(橋口ら)¹⁾や上負荷面(浅岡ら)²⁾がこれまでに提案されている。著者らも前報³⁾で下負荷面や上負荷面の考え方を整理し, そのような面を陽に導入せず, 同じ影響を考慮できるモデル化について述べた。本報では, このモデル化についてその意味と内容をより詳細に解説する。

2. 正規圧密粘土のモデル化

修正応力 t_{ij} を用いた構成モデルでは, t_{ij} に基づく応力パラメータの関数 $F(t_N, X = t_N/t_N)$ と硬化パラメータ $H(\varepsilon_{ij}^p)$ を用いて降伏関数を定義し, 修正応力 t_{ij} 空間において流れ則を仮定することにより, 塑性ひずみ増分が計算される。修正応力 t_{ij} を用いることにより, 構成モデルは中間主応力の影響を考慮することができる。

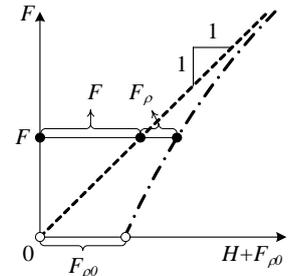


Fig.1 正規・過圧密土の考え方の説明図

$$f = F(t_N, X) - H(\varepsilon_{ij}^p) = 0 \quad \dots(1)$$

$$d\varepsilon_{ij}^p = \Lambda \frac{\partial f}{\partial t_{ij}} \quad \text{ここに} \quad \Lambda = \frac{df}{h^p} = \frac{(\partial f / \partial \sigma_{kl}) d\sigma_{kl}}{-(\partial f / \partial \varepsilon_{mn}^p)(\partial f / \partial \sigma_{mn})} = \frac{(\partial F / \partial \sigma_{kl}) d\sigma_{kl}}{-(\partial H / \partial \varepsilon_{mn}^p)(\partial F / \partial \sigma_{mn})} \quad \dots(2)$$

正規圧密粘土を対象とする t_{ij} -clay model⁴⁾では降伏関数 f 中の $F(t_N, X)$ および $H(\varepsilon_{ij}^p)$ は次式で与えられる。

$$F(t_N, X) = \ln \frac{t_N}{t_{N0}} + \zeta(X), \quad H(\varepsilon_{ij}^p) = \frac{1}{C_p} \varepsilon_v^p \quad \text{ここに} \quad \zeta(X): \zeta(0) = 0 \text{ を満たす単調増加関数, } C_p = \frac{\lambda - \kappa}{1 + e_0} \quad \dots(3)$$

ここに, 応力パラメータ関数 $F(t_N, X = t_N/t_N)$ と硬化パラメータ $H(\varepsilon_{ij}^p)$ の関係は Fig.1 の破線 ($F = H$) で示される。

3. 過圧密粘土のモデル化

Fig.2 に示すように, 応力を初期等方状態 I ($t_{N0}, X = 0$) から載荷し P (t_N, X) の現在の応力状態に変化させた場合を考える。ここに, P 点を通る降伏曲面の t_N 軸の値を t_{N1} とする。現在の応力点 P (t_N, X) を通る降伏関数は次式で与えられる (Fig.2 の実線)。

$$f = \ln t_N + \zeta(X) - \ln t_{N1} = \ln \frac{t_N}{t_{N0}} + \zeta(X) - \ln \frac{t_{N1}}{t_{N0}} = 0 \quad \dots(4)$$

一方, 過圧密粘土の初期の間隙比を e_0 , 現在の間隙比を e とすれば, その間隙比 $\sim \ln t_{N1}$ 関係は Fig.3 のように表せる。また, 同じ応力状態にある正規圧密土との間隙比の差は $\rho_0 (= e_{N0} - e_0)$ から $\rho (= e_N - e)$ と変化する。したがって, このときの間隙比の変化の弾性成分 Δe^e および塑性成分 Δe^p は次式で表される。

$$(-\Delta e)^e = \kappa \ln \frac{t_{N1}}{t_{N10}}, \quad (-\Delta e)^p = (\lambda - \kappa) \ln \frac{t_{N1}}{t_{N10}} - (\rho_0 - \rho) \quad \dots(5)$$

上式から式(4)の第2等号の第3項は以下のように書き換えられ, 降伏関数はこれを用いて式(7)で表される。

$$\ln \frac{t_{N1}}{t_{N10}} = \frac{(-\Delta e)^p}{\lambda - \kappa} + \frac{\rho_0 - \rho}{\lambda - \kappa} \quad \dots(6)$$

$$f = \ln \frac{t_N}{t_{N0}} + \zeta(X) - \ln \frac{t_{N1}}{t_{N0}} = \ln \frac{t_N}{t_{N0}} + \zeta(X) - \left\{ \frac{(-\Delta e)^p}{\lambda - \kappa} + \frac{\rho_0 - \rho}{\lambda - \kappa} \right\} = \ln \frac{t_N}{t_{N0}} + \zeta(X) - \frac{1}{C_p} \left(\varepsilon_v^p + \frac{\rho_0 - \rho}{1 + e_0} \right) \quad \dots(7)$$

式(7)は subloading t_{ij} model⁵⁾の降伏関数に他ならない。ここに, 密度を表す変数 ρ は塑性変形にともないゼロ (正規圧密状態) に近づくものとする。さて, これらの関係は初期の塑性変形量 F_{ρ_0} を考え, Fig.1 の横軸を $H + F_{\rho_0}$ (全塑性変形量) としてと
 キーワード: 構成式, 弾塑塑性, 過圧密, 土の構造

〒466-8555 愛知県名古屋市昭和区御器所町 名古屋工業大学大学院社会工学専攻

き、一点鎖線で示すように荷重にともない破線に近づく関係となる。これは荷重にともない $F_{\rho 0}$ から 0 に近づくスカラー関数 F_{ρ} を用いて次式のように表せる。

$$F(t_N, X) + F_{\rho} = H(\varepsilon_{ij}^p) + F_{\rho 0} \quad \dots(8)$$

ここに、 F_{ρ} 、 $F_{\rho 0}$ は同じ応力状態にある正規圧密土との間隙比の差 ρ を用いて、 $F_{\rho} = (1/C_p)\rho(1+e_0)$ 、 $F_{\rho 0} = (1/C_p)\rho_0(1+e_0)$ で与えられる。

4. 構造を持った過圧密粘土のモデル化

いま、密度だけでなく、セメンテーションなどの影響もある場合を考える。ここに、セメンテーションなどの影響も塑性ひずみの増加とともに消滅するとすれば、密度の影響(過圧密粘土)と同様に、その影響を F_{ω} で表し、初期値を $F_{\omega 0}$ とすれば次式が成り立つ。

$$F(t_N, X) + F_{\rho} + F_{\omega} = H(\varepsilon_{ij}^p) + F_{\rho 0} + F_{\omega 0} \quad \dots(9)$$

したがって、密度とセメンテーションを考慮したときの降伏関数は次式で与えられる。

$$f = F(t_N, X) - \{H(\varepsilon_{ij}^p) + (F_{\rho 0} - F_{\rho}) + (F_{\omega 0} - F_{\omega})\} \quad \dots(10)$$

また、そのときの $F \sim (H + F_{\rho 0} + F_{\omega 0})$ 関係を Fig.4 示す。Fig.4 の破線と一点鎖線の水平距離は密度のスカラー関数 F_{ρ} を表し、破線と点線との水平距離はセメンテーションのスカラー関数 F_{ω} を表す。また、実線と破線の水平距離は密度およびセメンテーションの効果を表すことになる。ここに、Fig.4 のある応力状態 F での破線の勾配(勾配=1)は正規圧密粘土の塑性成分の剛性と関係づけられるので、実線の勾配が 1 より大きいときは正規圧密粘土の剛性よりも大きく、小さいときは剛性が小さいことを表す。また、セメンテーションなどの影響を考慮した場合、密度のスカラー関数 F_{ρ} が負になる可能性もある。これは、土がたとえ正規圧密粘土と同じ間隙比であっても、セメンテーションがある場合は正規粘土のそれよりも剛性の高い挙動を評価し、つまりは正規圧密曲線よりも緩い状態で存在することができることを意味する。その結果、セメンテーションと密度の影響を考えて、構造化した粘土の特徴的な応力・ひずみ挙動の表現が可能となる。

ω および ω_0 をセメンテーションの影響 F_{ω} 、 $F_{\omega 0}$ を見かけ上の間隙の減少量に置き換えたものとすれば、式(10)の降伏関数は式(11)に書き換えられるになる。また式(11)と Prager の適応条件から式(12)が求まる。

$$f = \ln \frac{t_N}{t_{N0}} + \zeta(X) - \frac{1}{C_p} \left(\varepsilon_v^p + \frac{\rho_0 - \rho}{1 + e_0} + \frac{\omega_0 - \omega}{1 + e_0} \right) = 0, \quad df = df_{\sigma} - \frac{1}{C_p} \left(\Lambda \frac{\partial f}{\partial t_{ij}} - d \left(\frac{\rho}{1 + e_0} \right) - d \left(\frac{\omega}{1 + e_0} \right) \right) = 0 \quad \dots(11), (12)$$

ここに、セメンテーションも塑性変形にともない消滅していくものであるので、 ω は減少関数となり、発展則を規定する式(13)の $N(\omega, t_N)$ は負となる。一方で、間隙比の差 ρ の発展則は ρ の正負によらず塑性変形にともない正規状態($\rho = 0$)に向かうような変化を与える($\rho > 0: d\rho < 0, \rho < 0: d\rho > 0$)。そのため式(12)の $L(\rho, t_N)$ は $\rho > 0$ で正、 $\rho < 0$ で負となる。これにより、セメンテーションがある場合も最終的には土は正規状態の間隙比に近づく。subloading t_{ij} model の発展則に倣って、Fig.5 に示すような簡単な単調増加関数 $G(\rho)$ および $Q(\omega)$ を用いる。

$$d \left(\frac{\rho}{1 + e_0} \right) = \Lambda \cdot L(\rho, t_N) = \Lambda \frac{-G(\rho)}{t_N}, \quad d \left(\frac{\omega}{1 + e_0} \right) = \Lambda \cdot N(\omega, t_N) = \Lambda \frac{-Q(\omega)}{t_N} \quad \dots(13)$$

その結果、塑性係数 Λ は次式で与えられる。

$$\Lambda = \frac{df_{\sigma}}{\Lambda \frac{\partial f}{\partial t_{ij}} + \frac{G(\rho)}{t_N} + \frac{Q(\omega)}{t_N}} \quad \dots(14)$$

なお、弾性成分は従来のモデル同様 κ を使った弾性式で表し、負荷条件は塑性係数 Λ が正のとき塑性ひずみが発生するとする。なお本構成モデルを用いての要素シミュレーションの結果は前報³⁾を参照されたい。

参考文献 1) Hashiguchi & Ueno(1977) Proc.of SS9, 9th ICSMFE, 73-82. 2) Asaoka et al.(2000) Soils and Foundations, 40(2), 99-110. 3)中井ら 第 42 回地盤工学研究発表会講演概要集(投稿中)4) Nakai & Matsuoka(1986) Soils and Foundations, 26(3), 81-98. 5)Nakai & Hinokio(2004) Soils and Foundations, 44(2), 53-70

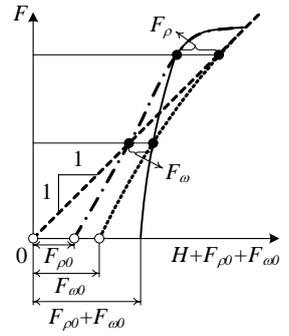


Fig.4 密度・セメンテーションの考え方の説明図

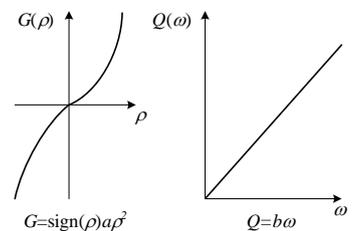


Fig.5 仮定した $G-\rho$ 、 $Q-\omega$ 関係