

随伴方程式法に基づく波源推定問題に関する検討

中央大学 正会員 ○倉橋 貴彦
中央大学 正会員 川原 睦人

1. 序論

津波やダムの決壊シミュレーションを行う場合、初期水位分布（波源）を入力することで水面形の時系列変化の検証あるいは再現計算等が行われる。シミュレーションによって得られた結果は、津波による被害発生等の危険度を記したハザードマップ等に利用され、設定する初期水位分布が危険度に直結していると言っても過言ではない。過去に発生した津波による観測水位をもとに、キャリブレーションを実施し初期水位分布の設定を行う場合、大きく分けて二種類の方法が挙げられる。一つは、津波発生時における初期水位分布を、衛星データを用いた画像解析等で表現する方法（直説法）、またその他の方法としては、観測水位に基づくようにある理論のもと初期水位分布を推定する方法（間接法）がある。ここでは、後者の方法を用い、随伴方程式法に基づく初期水位分布の算定法について検討を行う。本稿においては、随伴変数の境界条件の設定法に着目し、数値実験による検証を行う。

2. 随伴方程式法による定式化

随伴方程式法による未知変数の決定問題は、評価関数の最小化問題に帰着できる。本検討においては、観測水位および計算水位の差の二乗和により表される評価関数を定義する（式(1) 参照）。

$$J = \frac{1}{2} \int_{t_0}^{t_f} \{\eta - \eta_{obs.}\}^T [Q] \{\eta - \eta_{obs.}\} dt \quad (1)$$

ここに、 η は計算水位を示し、 $\eta_{obs.}$ は観測水位を示す。また $[Q]$ は重み対角行列を示しており、観測点において1.0、観測点以外の節点においては0.0と設定する。ここに示す計算水位は、有限要素法による数値シミュレーションにより算定することとし、状態方程式としては有限要素法により離散化された平面二次元の浅水長波方程式を用いることとする。また境界条件は以下のように定義する（図1参照）。

$$\begin{cases} u = 0, \quad t_y = 0, \quad \text{on } \Gamma_U & t \in [t_0, t_f] \\ t_i = \nu(u_{i,j} + u_{j,i})n_j = (0,0) \quad \text{on } \Gamma_D & t \in [t_0, t_f] \\ v = 0, \quad t_x = 0, \quad \text{on } \Gamma_S & t \in [t_0, t_f] \end{cases} \quad (2)$$

ここに、 u_i は流速、 t_i はトラクションを意味する。また、初期条件に関しては、計算領域 Ω において流速は $u_i(t_0)=0.0$ とし、水位変動量 $\eta(t_0)$ を未知変数とする。随伴変数を導入し、随伴変数および状態方程式、初期・境界条件により拡張された拡張評価関数の停留条件より、随伴変数に対する方程式（随伴方程式）および終端・境界条件を導出することができる。上記の境界条件（式(2)参照）の場合は、以下に示す随伴変数の境界条件が得られる。

$$\begin{cases} u^* = 0, \quad t_y^* = 0, \quad \text{on } \Gamma_U & t \in [t_0, t_f] \\ t_i^* = \nu(u_{i,j} + u_{j,i})n_j = (0,0) \quad \text{on } \Gamma_D & t \in [t_0, t_f] \\ v^* = 0, \quad t_x^* = 0, \quad \text{on } \Gamma_S & t \in [t_0, t_f] \end{cases} \quad (3)$$

ここに、 u_i^* は随伴流速、 t_i^* は随伴変数に対するトラクションを意味する。未知変数は随伴方程式を解くことで得られる拡張評価関数の未知変数に対する勾配ベクトルより算定される。

キーワード 波源推定問題、随伴方程式法、有限要素法、浅水長波方程式

連絡先 〒112-8551 東京都文京区春日 1-13-27 中央大学理工学部土木工学科 TEL 03-3817-1814

3. 数値実験および結論

図1に示す有限要素メッシュを用い、図2に示す初期水位分布を正解とする問題（観測点は4点設置）に対して随伴方程式法による逆解析を行う。従来の定式化に基づき、随伴変数の境界条件（式(3)参照）を設定すると、1イタレーション目の計算において図3に示す勾配ベクトルの分布図が得られ、評価関数の最小化を行うことができなかった。ここで、 Γ_D の境界において随伴流速 u^* をゼロ、随伴変数に対するトラクション t_y^* をゼロと設定し（停留条件を満足するためこのような設定をした。）、検討を行ったところ、図4に示す勾配ベクトルの分布が得られ、この場合、評価関数の最小化を行うことができ（図5参照）、観測点における観測水位と計算水位が概ね一致する結果（図6参照：観測点 No.1 のみを代表値として抽出）となる。最終的に図7に示す初期水位分布が得られ、図2に示す初期水位分布に比べ若干値の小さい波形となったが初期水位の分布形状を適切に算定することができたと考えられる（図8,9参照）。この結果よりも、開境界を有する波源モデルの推定問題に対しては、随伴変数の境界条件の設定法に留意する必要があると考えられる。

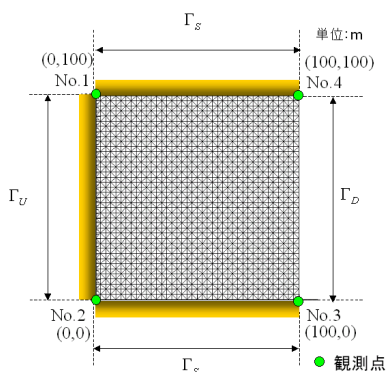


図1 有限要素分割図

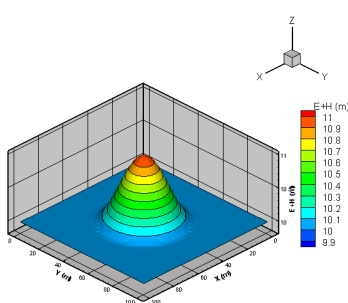


図2 初期水位分布図（正解値）

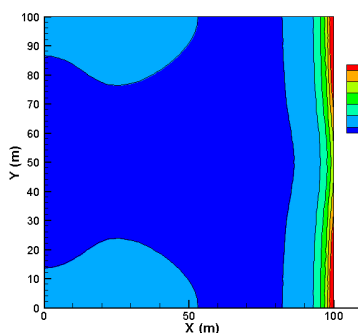


図3 勾配ベクトルの分布（従来法）

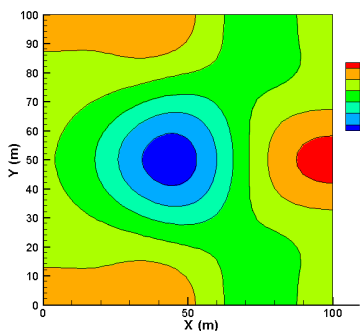


図4 勾配ベクトルの分布（本手法）

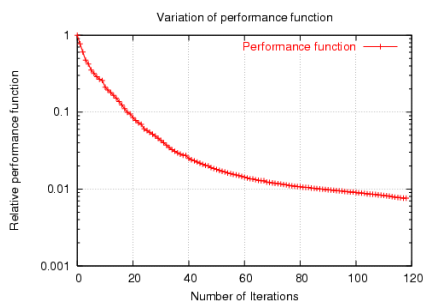


図5 評価関数の収束履歴

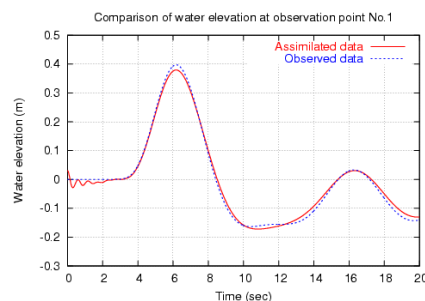


図6 観測点 No.1 における水位の比較

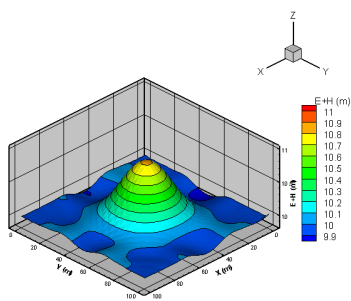


図7 初期水位分布図（同化計算後）

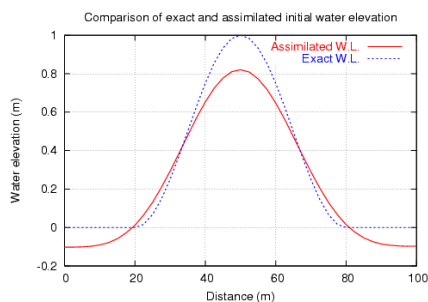


図8 初期水位の比較（X=50m 上）

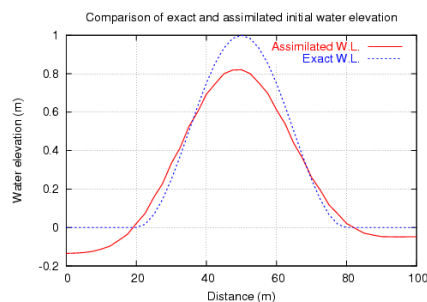


図9 初期水位の比較（Y=50m 上）

参考文献

- ・ 泉谷尊司, 吉田慶太; アジョイントモデルによる津波の波源域の逆推定法に関する研究, 海岸工学論文集, 49 巻, PP. 291-295, 2002.