物理的観点からの合理式，貯留関数法，タンクモデルの導出

中央大学大学院 学生員 呉 修一 中央大学理工学部 フェロー会員 山田 正

１．はじめに：

著者らは，降雨流出機構の解明および洪水予測手法の確立を目的とし，物理的観点に立脚した降雨流出計算手法の提案を行っている．現在ひろく使われている降雨流出モデルは治水目的の実務の面での要求を満たしているが，概念モデルとして降雨流出過程を未知のものとして扱っているものが多く，その手法の物理的意義に対する理解が十分ではない．山田ら[1)]は斜面流下方向の浸透流に関して無次元化した運動方程式を提案し，流体力学の分野でいう *Re* 数と同様の意味をもつ無次元パラメータのみで浸透流は支配されることを示すとともに *Re* の値に応じて浸透流の解が合理式，タンクモデルと同様の解を表現することを示した．これにより，全ての流出解析手法は同一の現象から派生する一つ一つの側面を表現していることを示している．本論文は，降雨流出機構の解明を目的とし，物理的観点に立脚し合理式，貯留関数法，タンクモデルの導出を行う．これにより従来から広く使われている降雨流出モデルの物理的意味をより明確にすることを目的とする．

２．単一斜面における降雨流出の基礎式：

著者ら[2)]は，土壌・地形特性と降雨強度の関係から表面流，鉛直浸透流，飽和・不飽和側方流に関する多層流れを表現可能な，単一斜面における降雨流出計算手法を提案している． 本論文では，斜面流下方向流れを対象とし斜面鉛直方向には一層のみを取り扱う．従来から山地流域における降雨流出の直接流出は様々な流出形態をとるとして，一般化された運動則として(1)式に示すよう水深の冪乗で表現してきている．様々な流れの抵抗則をこの冪数で代表的に表現することにより，低水時から高水時までの全ての流出形態を一般化し表現しようというものである．連続式に関しては(2)式で表現される．

$$v = \alpha h^{m}, \quad q = vh = \alpha h^{m+1} \qquad (1), \qquad \frac{\partial h}{\partial t} + \frac{\partial q}{\partial x} = r(t) \qquad (2)$$

ここに，v：断面平均流速[mm/h]，h：湛水深[mm]，q：単位幅流量[mm^2/h]，r：有効降雨強度[mm/h]，m：流出パラメータ(抵抗則)，α：流域の流出特性を表すパラメータである．(1)式を(3)式に示すよう湛水深 h に関して整理し，(2)式へ代入し単位幅流量 q について整理することにより，(4)式の表面流に関する単位幅流量の式が得られる．

$$h = \left(\frac{q}{\alpha}\right)^{\frac{1}{m+1}} \quad (3), \qquad \frac{\partial q}{\partial t} + aq^{\beta}\frac{\partial q}{\partial x} = aq^{\beta} r(t) \quad (4) \qquad \text{ただし} \quad a = (m+1)\alpha^{\frac{1}{m+1}} \quad (5), \qquad \beta = \frac{m}{m+1} \quad (6)$$

この(4)式を本論文では降雨流出を表す基礎式とする．

３．物理的観点からの貯留関数法の導出：

木村[3)]は，降雨は流域内に貯留されその貯留高に応じた流量が河川に流出するという考えのもと，(7)式に示す貯留関数法を提案している．ここに，q_*：流出高[mm/h]，p,k：流域定数である．

$$\frac{dq_*}{dt} = \frac{1}{kp} q_*^{1-p}\left(f \cdot r - q_*\right) \qquad (7)$$

ここで，Kinematic Wave 法に基づき導出した(4)式から貯留関数法を表現する(7)式の導出を行う．部分流出寄与域の考えに基づくと，流出は0次谷流域，1次谷流域の河道及び河道近傍の湿潤領域からの斜面流出と考えることができ，斜面長は実地形上の斜面長にくらべ十分短いものと考えられる．あるいは時々刻々定常解を仮定することにより，相似則に基づき(8)式で示される変数分離形の近似式が成立する．

$$q(x,t) \quad xq_*(t) \qquad (8)$$

斜面長 L の末端で考え $x=L$ とし，(8)式を用いると(4)式は(9)式に示す流出高に関する常微分方程式に変形できる．

$$\frac{dq_*}{dt} = a_0 q_*^{\beta}(r(t) - q_*) \qquad (9) \qquad \text{ただし，} \quad a_0 = aL^{\beta-1} = (m+1)\alpha^{\frac{1}{m+1}} L^{\frac{-1}{m+1}} \qquad (10)$$

この(10)式は貯留関数法(7)式と全く同形であり，斜面流下方向を対象と Kinematic Wave 法に基づく理論展開から貯留関数法が導出された．これにより，本来貯留関数法は斜面長の短い単一斜面からの斜面流下方向流れを対象として導出および適用されるものであることがわかり，その物理的意義が示された．

キーワード 物理過程，貯留関数法，タンクモデル，合理式
連絡先：〒112-8551 東京都文京区春日1-13-27 中央大学大学院 理工学研究科 Tel03－3817－1805

4．物理的観点からの貯留関数法の導出：

菅原[4]は流出孔，浸透孔を有するタンクを想定し貯留高と流出高の関係から(11)式で示される一段タンクモデルを提案している．ここに，α：流出率[1/h]である．

$$\frac{dq_*}{dt} = \alpha \cdot (r(t) - q_*) \qquad (11)$$

ここで貯留関数法と同様に，Kinematic Wave 法に基づき導出した(4)式からタンクモデルを表現する(11)式の導出を行う．(1),(5),(6)式の関係より，$aq^{\beta} = (m+1)v$ となり，(4)式は(12)式で表現される．

$$\frac{\partial q}{\partial t} + (m+1)v\frac{\partial q}{\partial x} = (m+1)vr(t) \qquad (12), \qquad v = a_* \cdot x \qquad (13)$$

(12)式で示されるよう，単位幅流量 q も kinematic wave velocity $(m+1)v$ で伝播していることがわかる．また, 斜面上流部より河道近傍湿潤領域である斜面下流部において斜面流下方向流速が早いことは容易に想像でき，(13)式の成立を仮定できる．この(13)式を用いることにより，(12)式は(14)式で表現される．この(14)式の両辺を x で割り整理することにより(15)式が得られる．

$$\frac{\partial q}{\partial t} + a_*(m+1)x\frac{\partial q}{\partial x} = a_*(m+1)xr(t) \qquad (14), \qquad \frac{dq_*}{dt} = a_*(m+1)(r(t) - q_*) \qquad (15)$$

(15)式はタンクモデル(11)式と全く同形であり，貯留関数法と同様に斜面流下方向流れを対象としたKinematic Wave 法に基づく理論展開から導出された．このように，貯留関数法と同様タンクモデルに関しても物理的意義が示された．また，(9)式において流れの抵抗則を m=0 とした場合にも同様にタンクモデルが表現される．つまり一段タンクモデルは線形条件下での貯留関数法と全く同義であることがわかる．また，(15)式は１階の線形常微分方程式であり，解は(16)式に示すよう容易に求まる．

$$q_*(t) = a_*(m+1)\int_{-\infty}^{t} r(t-\tau)\cdot e^{-a_*(m+1)} d\tau \qquad (16)$$

(16)式は降雨に対する指数型の応答関数を有する単位図の式形そのものである．このように，斜面流下方向流れを対象とした理論展開からタンクモデル，単位図の式が導出されることを示した．

5．物理的観点からの合理式の導出：

貯留関数法，タンクモデルと同様に Kinematic Wave 法に基づき導出した(4)式から合理式の導出を行う．合理式は $Q_p = \frac{1}{3.6} f r_p A$ で表現される．ここに，Q_p：ピーク流量[㎥/s]，f：流出係数，r_p：ピーク降雨強度[mm/h]，A：流域面積[㎢]である．斜面流下方向流れの断面平均流速 v が一定の場合，つまりは流れの抵抗則 m=0 の時(17)式が成立する．この(17)式を用い，(4)式を整理することにより(18)式が得られる．

$$a = \alpha = v \qquad (17), \qquad \frac{\partial q}{\partial t} + v\frac{\partial q}{\partial x} = vr(t) \qquad (18)$$

(18)式を見ると,降雨強度 $r(t)$が斜面流下方向流れに対してレイノルズ応力の働きをしていることがわかる．またこの(18)式の解は，特性曲線を用いることにより容易に求まりその解は合理式を表現する．

以上に示したように，斜面流下方向流れを Kinematic Wave 法で取り扱うことにより物理的観点に基づき貯留関数法，タンクモデル，合理式が導出されることを示した．これにより，Kinematic Wave 法，貯留関数法，タンクモデル，単位図法，合理式という流出解析手法は降雨流出現象における流出過程の一つ一つの側面を表現しており，ある条件下では全く同形の式で表現できる事を示した．

6．まとめ：

本論文は，降雨流出機構の解明を目的とし，物理的観点から合理式，貯留関数法，タンクモデルの導出を行った．斜面流下方向流れを Kinematic Wave として取り扱うとともに，流れの抵抗則の取り扱いや部分流出寄与域の考えを考慮することで，合理式，貯留関数法，タンクモデルの式が導出されることを示した．貯留関数法およびタンクモデルは斜面長の短い単一斜面からの斜面流下方向流れを対象として導出および適用されるものであることを示した．以上により，様々な流出解析手法は降雨流出現象における流出過程の一つ一つの側面を表現しており，ある条件下では同形の式で表現できる事を示した．

参考文献

1)山田正：時定数スペクトルを用いた山地小流域の洪水流出解析，土木学会論文報告集，第 314pp.87-98,1981．
2)呉修一，山田正，吉川秀夫：表面流の発生機構を考慮した斜面多層降雨流出計算手法に関する研究，土木学会水工学論文集，Vol.49,pp.169-174,2005．
3)菅原正巳：流出解析法，水文学講座，共立出版，1972．4)木村俊晃：貯留関数法，土木技術資料，4.1.，1961．