

演算子積分境界要素法による三次元フェイズドアレ 探傷シミュレーション

○福井大学大学院 学生会員 石田貴之
福井大学大学院 正会員 斎藤隆泰
福井大学大学院 正会員 福井卓雄

1. はじめに

本論文では超音波非破壊評価におけるフェイズドアレ探傷シミュレーションの三次元解析を行う。現在、数ある非破壊検査手法において、最も一般的に用いられている方法として超音波法がある。とくに、原子力機器に対する超音波探傷技術の一つとして開発が盛んであるフェイズドアレ探傷法が近年注目を集めており、その実用化にむけて多くの研究がなされている。しかしながら、フェイズドアレ探傷では各素子の制御方法により入射ビーム性状が大きく異なるため、形成される波動場を理解し、欠陥からの散乱波の挙動を定量的に理解する必要がある。そこで、本研究では、従来の時間領域境界要素法に比べてより安定な解析が可能となる演算子積分境界要素法をフェイズドアレ探傷シミュレーションに適用し、アレ探傷超音波計測の高度化を図るための有用なデータを得ることを目的とする。

2. 三次元波動問題に対する境界要素法

時間領域における波動散乱問題を考える。外部領域を B 、境界を ∂B とする。また初期条件 $u|_{t=0} = 0$ 、 $\partial u / \partial t|_{t=0} = 0$ を仮定する。この時、変位 u が満足する支配方程式および境界条件は

$$\nabla^2 u = \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} \quad \text{in } B \quad (1)$$

$$u = \hat{u} \quad \text{on } \partial B_1, \quad \frac{\partial u}{\partial n} = \hat{q} \quad \text{on } \partial B_2 \quad (2)$$

である。ここに ∇^2 は Laplace 作用素、 c は位相速度、 $\partial / \partial n$ は外向き法線微分を表す。また、 $\partial B = \partial B_1 \cup \partial B_2$ 、 $\emptyset = \partial B_1 \cap \partial B_2$ である。この問題の解 $u(x, t)$ は、時間領域境界積分方程式

$$C(x)u(x, t) = \hat{u}(x, t) + \int_{\partial B} G(x, y, t) * q(y, t) dS_y - \int_{\partial B} S(x, y, t) * u(y, t) dS_y \quad (3)$$

により表される¹⁾。ここに、 C は自由項で G 、 S は基本解および二重層核である。また $\hat{u}$ は入射波であり、初期条件を満足する。ここで、式 (3) を時間および空間において離散化し、式 (2) における境界条件を考慮することで解 u を決定することが出来る。しかしながら、式 (3) の繰り込み積分を精度良く、安定に計算することは、容易ではない。

そのため、本研究では、Lubich²⁾ が提案した演算子積分法 (OQM) を式 (3) に用いることを考える。

3. 演算子積分境界要素法による三次元時間領域境界要素法

繰り込み積分は次式で与えられる。

$$f * g(t) = \int_0^t f(t - \tau)g(\tau) d\tau \quad t \geq 0 \quad (4)$$

Lubich はこの積分の離散化表現を

$$f * g(n\Delta t) = \sum_{k=0}^n \omega_{n-k}(\Delta t)g(k\Delta t) \quad n = 0, 1, \dots, N \quad (5)$$

で表したときの重みを適切に決定する方法を提案した。その重み $\omega_n(\Delta t)$ はべき級数

$$F\left(\frac{\delta(\zeta)}{\Delta t}\right) = \sum_{j=0}^{\infty} \omega_j(\Delta t) \zeta^j \quad (6)$$

の係数で与えられる。ここに、 F は f の Laplace 変換であり、逆変換の存在を保証するためには、引数の実部が正のとき正則でなければならない。この式 (6) に Cauchy の定理を用いることにより、重み ω_n は

$$\begin{aligned} \omega_n &= \frac{1}{2\pi i} \int_{|\zeta|=\rho} F\left(\frac{\delta(\zeta)}{\Delta t}\right) \zeta^{-n-1} d\zeta \\ &\simeq \frac{\rho^{-n}}{L} \sum_{l=0}^{L-1} F\left(\frac{\delta(\zeta_l)}{\Delta t}\right) e^{-2\pi i n l / L} \end{aligned} \quad (7)$$

で与えられる。 $\delta(\zeta) = \sum_{j=0}^{\infty} \delta_j \zeta^j$ は近似に利用する差分法の生成多項式の商である。また、 $\zeta_l = \rho e^{2\pi i l / L}$ であり、 ρ は目標とする精度により決定するパラメータである。

ここで、式 (3) の右辺第 2 項、第 3 項の積分内の繰り込み積分に演算子積分法を適用し離散化すると

$$\begin{aligned} C(x) \sum_{i=1}^n \phi_i(x) u(n\Delta t) &= \hat{u}(x, t) \\ &+ \sum_{i=1}^n \sum_{k=1}^n [A_i^{n-k}(x) q_i(k\Delta t) - B_i^{n-k}(x) u_i(k\Delta t)] \end{aligned} \quad (8)$$

となる。ここに、影響関数 A_i^m, B_i^m は

$$A_i^m(x) = \frac{\rho^{-m}}{L} \sum_{l=0}^{L-1} \hat{G}(x; y, s_l) \phi_i(y) e^{-2\pi i m l / L} dS_y \quad (9)$$

$$B_i^m(x) = \frac{\rho^{-m}}{L} \sum_{l=0}^{L-1} \hat{S}(x; y, s_l) \phi_i(y) e^{-2\pi i m l / L} dS_y \quad (10)$$

Key Words: 演算子積分法、境界要素法、フェイズドアレ

〒 910-8507 福井県福井市文京 3-9-1

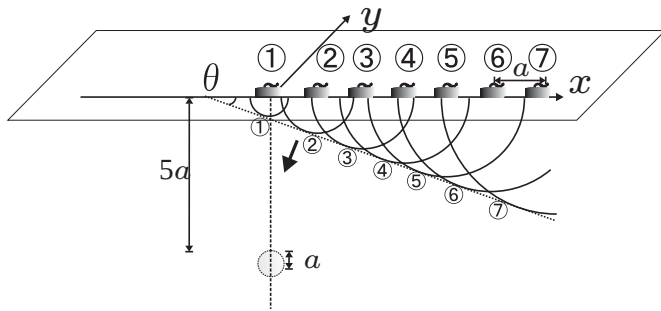
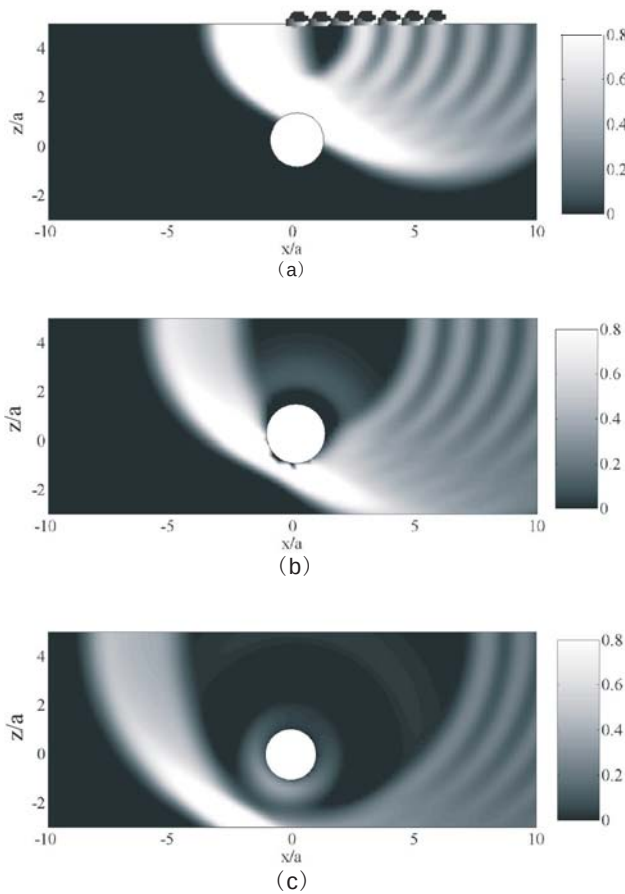


図1 Beam steering モデル

図2 断面 $y = 0$ における球形散乱体周辺の Beam steering による波動場 (a): $ct/a = 7.5$ (b): $ct/a = 10.0$ (c): $ct/a = 12.5$.

と書ける。ここに、 $s_l = \delta(\zeta_l)/\Delta t$ である。また ρ は、誤差を ϵ として、 $\rho^L = \sqrt{\epsilon}$ の関係を条件として決定する。Laplace 変換解 $\hat{G}, \hat{S}$ は、それぞれ次のように与えられる。

$$\begin{aligned}\hat{G}(x; y, s) &= \frac{1}{4\pi r} e^{-\frac{s}{c}r} \\ \hat{S}(x; y, s) &= \frac{1}{4\pi} e^{-\frac{s}{c}r} \left(-\frac{s}{cr} - \frac{1}{r^2} \right) \frac{\partial r}{\partial n}\end{aligned}\quad (11)$$

4. 三次元フェイズドアレイシミュレーション

フェイズドアレイ探傷法では、複数の探触子素子を独立に駆動させることが出来ることから、各素子ごとに適当な超音波の入射方向、時間差を考慮することにより様々な入射ビームを形成することが可能となる。これにより、検査

範囲を広くしたり、検査精度を向上させることができる。その応用例として、図1で表されるような各探触子素子が間隔 a で配置されているフェイズドアレイ探傷モデルを考える。各探触子素子①($j = 1, \dots, 7$)からの入射波を球面波

$$u_{in}^j(r_a, t) = \frac{1 - \cos^* [10\pi (t - \frac{r_a}{c} - \Delta\tau_j)]}{r_a}, \quad \begin{cases} \cos^* \alpha = \cos \alpha & \text{for } 0 \leq \alpha \leq 2\pi \\ \cos^* \alpha = 1 & \text{for } \alpha < 0, \alpha > 2\pi. \end{cases} \quad (12)$$

と仮定する。ただし、 r_a は各素子から観測点 x までの距離を表す。 $\Delta\tau_j$ は遅延時間であり、時刻 $ct/a = 0.0$ に素子⑦から球面波を発したとき、他の素子の入射波送信時刻に対する遅延時間は

$$\Delta\tau_j = (j-1) \frac{a \sin \theta}{c} \quad (13)$$

で表される。これにより、図1のような波面を持った入射超音波を欠陥にむけて送信することが可能となる。このような手法を Beam steering と呼ぶ。その Beam steering モデルに対する数値シミュレーションを演算子積分境界要素法を用いて行った。ここでは音響波と仮定して解析を行っている。欠陥モデルとしては、境界条件 $\partial u / \partial n = 0$ 、半径 a の球形散乱体を考え、一定要素により離散化して解析を行った。要素数は384とした。また、時間増分は $c\Delta t/a = 0.25$ とし、 $L = 128$ 、 $\rho = 0.94746353$ ($\epsilon = 10^{-6}$ を想定)とした。図2(a)-(c)はそれぞれ時刻 $ct/a = 7.5$ (b): $ct/a = 10.0$ (c): $ct/a = 12.5$ 。での散乱体周辺の波動場を表している。図2(a)で Beam steering により形成された傾斜した波面を持つ入射波が散乱体に到達する。図2(b)で散乱波を図2(c)で後方散乱波を確認できる。

このようにフェイズドアレイ探傷技術では、特徴ある入射波動場を機械的に形成することができる。しかしながら、入射波動場の生成に関する研究はこれまでも数多く行われているものの、三次元散乱、弾性波動場における解析例は数少ない。今後は、欠陥形状や欠陥位置等をも考慮にいった解析が必要である。また、本手法を逆散乱解析に応用することで、欠陥形状の再構成を行っていく予定である。

5. まとめ

三次元波動問題に対する演算子積分境界要素法を用いて、フェイズドアレイ探傷シミュレーションを行った。より実際のモデルに近づけた解析を行うこと、散乱波からの逆解析による欠陥形状推定や、高速多重極法³⁾を適用して計算時間・記憶容量を低減させることを行う予定である。

参考文献

- 1) 小林昭一編著: 波動解析と境界要素法, 京都大学学術出版会, 2000.
- 2) Lubich, C.: Convolution quadrature and discretized operational calculus I *Numer. Math.*, **52** (1988), pp. 129-145.
- 3) Rokhlin, V: Rapid solution of integral equations of classical potential theory, *J. Comput. Phys.*, **60**(1985), pp. 187-207.