

損傷同定の最適計器配置・最適起振振動数の決定手法について

九州大学大学院 正会員 ○古川愛子

九州大学大学院 フェロー 大塚久哲

1. はじめに

既に筆者らによって提案されたマイクロ起振器を用いた損傷同定手法¹⁾では、連立方程式の解として構造部材の損傷が同定される。本研究は、連立方程式の理論誤差に基づき、モデル化誤差と計測ノイズの影響下で精度よい損傷同定結果を得るための最適計器配置および最適起振振動数の決定方法を提案するものである。連立方程式の係数行列の条件数が小さい計器配置および起振振動数を選択すれば、精度よい同定結果が期待できる。連立方程式に基づく手法であれば、他の振動データを用いた手法にも適用が可能である。片持ち梁を利用した数値シミュレーションを通して、理論誤差に与える計器配置・起振振動数の影響を調べた。検討結果を踏まえ、最適計器配置・最適起振振動数の決定方法を提案した。

2. 損傷同定の理論誤差

損傷を同定するための連立方程式を $Ax = b$ と表す。既に筆者らによって提案された手法¹⁾において、マトリックス A は質量 M 、減衰 C 、剛性 K マトリックスから構成される。ベクトル b は、損傷前後におけるフーリエ振幅の差に対応し、計測によって得られる。ベクトル x が各部材の剛性低下率に対応している。振動データ数と未知数(部材数)が等しい場合の連立方程式の理論誤差について検討する²⁾。 A に含まれる誤差を ϵF 、 b に含まれる誤差を ϵf とする。このとき連立方程式は $(A + \epsilon F)x(\epsilon) = b + \epsilon f$ となり、 x の推定値を $x(\epsilon)$ とする。推定値 x の相対誤差は以下の通りである。

$$\frac{\|x(\epsilon) - x\|}{\|x\|} \leq \mathcal{K}(A) \left(|\epsilon| \frac{\|f\|}{\|b\|} + |\epsilon| \frac{\|F\|}{\|A\|} \right) \quad (1)$$

ここに、 $\mathcal{K}(A) = \|A\| \|A^{-1}\|$ であり $\mathcal{K}(A)$ は A の条件数と呼ばれる。以上より、推定値の相対誤差は、モデル化誤差 F 、計測ノイズ f と条件数 $\mathcal{K}(A)$ によって決まることがわかる。モデル化誤差、計測ノイズの存在下で推定誤差を小さくするには、条件数 $\mathcal{K}(A)$ が小さくなるような計器配置、起振振動数を選択すればよいことがわかる。

3. 計器配置および起振振動数が条件数と同定誤差に与える影響

(1) 解析モデル

解析に用いた片持ち梁の概念図を図1に示す。長さ85cm、幅3.0cm、厚さ0.3cmであり、材質はヤング率 $2.5 \times 10^{11} \text{ N/m}^2$ 、密度が $7.1 \times 10^3 \text{ kg/m}^3$ の鋼である。減衰は考慮せず、非減衰系としてモデル化した。損傷モデルとして、要素9の剛性低下率が0.1(10%)であり、それ以外の要素の剛性低下率は0.0とした。

(2) 計器配置の異なるケースの比較および起振振動数の影響の検討

計器配置の影響を調べるための検討ケースを表1に示す。図2に各ケースの条件数を示す。横軸が起振振動数、縦軸が条件数(対数軸表示)である。起振振動数の値によって、条件数が大きく異なることがわかる。全節点において計測データがないケースA2の条件数は大きい。

図3に起振振動数と同定誤差の関係を示す。全てのケースで、図2の条件数がピーク値をとる起振振動数とその周辺の振動数に対する同定誤差が大きいので、同定に用いるのは避けるべきであるとわかる。条件数が下に凸となっているところの起振振動数に対する同定誤差は比較的小さいので、選択するとよいと考えられる。また、低い起振振動数では誤差は小さくはなく変動も大きい。この理由は、低い起振振動数では損傷がフーリエ振幅の変化に及ぼす影響が小さいため、データの実質的な情報数が十分でないためである。低い振動数は選ばない方がよいと考えられる。一方、高い起振振動数では、損傷に対する振動特性の感度が高い為、条件数が小さく誤差の変動も小さい。

(3) 複数の起振振動数を組み合わせる効果の検討

検討ケースを表2に示す。ケースC1、C2は、ケースA1、A2と同じ計器配置で、起振振動数をケースA1で条件数の小さかった81.9Hzに固定したものをとする。ケースC2において計測点の不足を補うために異なる2つの起振点を用

キーワード：損傷同定，最適計器配置，最適起振振動数，理論誤差

連絡先：〒819-0395 福岡市西区元岡 744 TEL & FAX：092-802-3374

いた代わりに、ケース A1 で条件数の小さかった 81.9Hz と 231.0Hz の 2 つの起振振動数を用いたものをケース C3、比較的近い 81.9Hz と 77.0Hz を用いたものをケース C4 とする。

連立方程式の係数行列を表 2 に、剛性低下率の同定結果を図 4 に示す。ケース C1 のように全節点での計測データが得られない場合は、C2 のように起振点の種類を増やすよりも、C3 のように条件数が小さく値が離れた 2 通りの起振振動数を用いた方が条件数が小さく、同定精度もよい。しかし、ケース C4 のように隣接した 2 つの起振振動数を用いた場合は条件数が大きく同定精度も最も悪い。以上より、全節点での計測データが得られない場合は、起振点の種類を増やすよりも、条件数の小さい異なる起振振動数を選択すれば、計器の配置換えを行うことなく精度よい同定結果が得られる。このときの条件数の小さい起振振動数とは、ケース A1 の単一起振振動数による検討から決定できる。

以上は、未知数（要素数）と振動データ数が等しい場合の検討結果であるが、振動データ数が未知数より多い場合の理論誤差も、同様に条件数 $\kappa(A)$ に依存し、同様のことが言える。

4. 本研究で提案する最適計器配置・最適起振振動数の決定手法

前節における検討結果を踏まえ、本研究で提案する最適計器配置・最適起振振動数の決定方法は以下の通りである、
Step 1: 計器配置を変え、要素数に等しい、または要素数より多い数の計測点数を集める。
Step 2: 様々な起振振動数に対して、連立方程式の係数行列の条件数 $\kappa(A)$ を計算する。
Step 3: 多くの起振振動数に対して条件数 $\kappa(A)$ が閾値より小さい場合 **Step 4** へ、大きい場合 **Step 5** へ。
Step 4: 精度のよい同定結果が得られる計器配置であると考えられるので、低振動数を避けて条件数の小さい起振振動数を選択する。
Step 5: 単一の起振振動数では精度よい同定結果が得られない可能性がある。条件数が小さく隣接していない起振振動数を複数組み合わせることでデータ数を増やし、新しい連立方程式を構築し、小さい条件数が得られたら採用する。

5. おわりに

本研究ではマイクロ起振器を用いた損傷同定手法のための最適計器配置および最適起振振動数の決定手法を提案した。
参考文献

1)Furukawa A., Kiyono J.: Structural damage identification based on harmonic excitation force, *Structural Health Monitoring and Intelligent Infrastructure*, Vol. 1, pp.535-542, 2003.11. 2)Gene H. Golub, Charles F. Van Loan: Matrix Computations, The Johns Hopkins University Press, Baltimore and London, 1996.

表 1: 計器配置の検討ケース

ケース名	起振点	計測点	起振振動数 (Hz)	総データ数
A1	18	2-18	17	17
A2	9	3,5,7,9,11,13,15,17	8	17
	18	2,3,5,7,9,11,13,15,17	9	

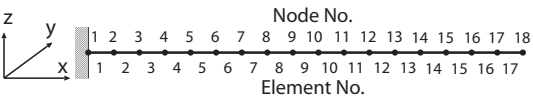


図 1: 片持ち梁の解析モデル

表 2: 起振振動数の組み合わせの検討ケースおよび条件数

ケース名	起振点	計測点	起振振動数 (Hz)	総データ数	条件数
C1	18	2-18	81.9	17	960.7
C2	18	2,3,5,7,9,11,13,15,17	81.9	17	11307.8
	9	3,5,7,9,11,13,15,17	81.9		
C3	18	2,3,5,7,9,11,13,15,17	81.9	17	3750.4
	18	3,5,7,9,11,13,15,17	231.0		
C4	18	2,3,5,7,9,11,13,15,17	81.9	17	48032.1
	18	3,5,7,9,11,13,15,17	77.0		

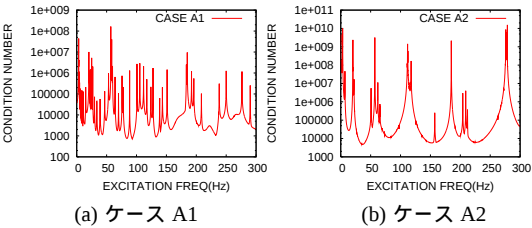


図 2: 条件数 (ケース A1 , A2)

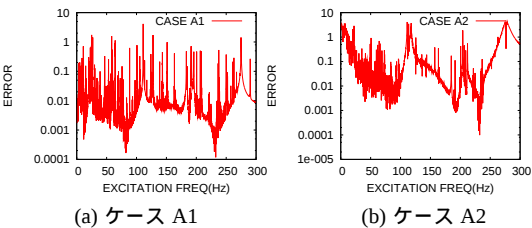


図 3: 同定誤差 (ケース A1 , A2)

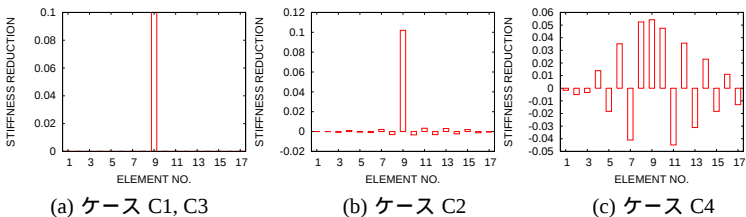


図 4: 剛性低下率の同定結果 (ケース C1 , C2 , C3 , C4)