非線形応答の時間周波数特性に基づく入力地震動の合成

東京大学大学院　学生員　○宮本　崇
東京大学大学院　正　員　　本田利器

1. はじめに

耐震設計の基準として用いられる設計地震動の設定には，線形系を前提として規定された応答スペクトルに基づき，フーリエ変換を利用した入力波形の合成が利用されることが多い．こうした既存の方法では応答を定量的に評価する対象を非線形系に拡張することができないため，構造物の非線形性を考慮に入れた設計地震動の設定のためには，応答の非線形特性から入力波形を合成する新たな方法が必要となる．

構造物の非線形応答には，入力地震動の周波数特性だけでなく，その時間変化をとらえた時間周波数特性が大きな影響を与える．したがって，構造物の非線形性を考慮に入れるためには，この時間周波数特性に着目することが重要であるといえる．そこで本稿では，非線形応答の時間周波数特性から入力地震動を合成する手法の提案を行い，その有効性について検証を行う．

2. 解析信号ウェーブレットによる波形表現

時間周波数特性を表現するためのツールに，ウェーブレット変換がある．ウェーブレットとして利用する核関数は複数提案されているが，本手法では大濱らの用いた解析信号ウェーブレット[1)]を利用する．

解析信号ウェーブレットは信号の時間シフトに対してそのスカログラムが変化しない，shift invariance という性質を有する．したがって，ウェーブレット基底の卓越時間と卓越周波数を表すパラメータをそれぞれ j,k として，ウェーブレット係数 a_{jk} を絶対値と偏角を用いて $a_{jk} = |a_{jk}| \cdot e^{i\omega \cdot \arg(a_{jk})}$ のように表した場合，$|a_{jk}|$ は当該のウェーブレット基底に相当する成分のパワーを，$\arg(a_{jk})$ は基底の複素平面内の回転を表すため，前者を「振幅」，後者を「位相」とみなして，フーリエ変換と同様の表現をすることができる．したがって，解析信号ウェーブレットを利用したウェーブレット変換は，波形合成の際にフーリエ変換と同程度の使い易さを保持していると言える．

以上のことから，本研究では解析信号ウェーブレットによるウェーブレット変換を波形合成に利用する．

3. 非線形応答の時間周波数特性からの入力波形の合成

線形応答スペクトルから入力波形の合成を行う既存の方法と対応させるため，非線形の応答特性から入力波形の合成を行う方法を考案する必要がある．そのような要請に従い，本節では規定された非線形応答時間周波数特性を持つ，入力波形を近似的に合成するアルゴリズムを提案する．

(1) ウェーブレット変換における伝達関数

ウェーブレット変換は，フーリエ変換と同様に線形系において伝達関数が保持される[2)]．したがって，入力，出力のウェーブレット係数をそれぞれ $T_{in}(t,f)$ と $T_{out}(t,f)$ とすると，伝達関数 $\hat{r}(\omega)$ を利用して

$$\hat{T}_{out}(\omega, f) = \hat{r}(\omega) \cdot \hat{T}_{in}(\omega, f) \tag{1}$$

という関係が成り立ち，入力と出力のウェーブレット係数の関係が定まる．ただし，$\hat{T}(\omega,f)$ は $T(t,f)$ の t に関するフーリエ変換である．

(2) 波形合成のアルゴリズム

提案するアルゴリズムは，波形を繰り返し更新していくことで合成するものである．

キーワード: 設計地震動，非線形応答，時間周波数特性，ウェーブレット，波形合成
連絡先: 〒 113-8656 東京都文京区本郷 7–3–1 工学部 11 号館 3 階

目標とする時間応答周波数特性は，入力波に対する非線形系の応答を，Morlet ウェーブレットを用いて連続ウェーブレット変換したものに基づき規定されるとする．

式 (1) の関係を用いると，現在の入力波形の連続ウェーブレット変換と，目標とする時間周波数特性（連続ウェーブレット変換）との差に対応する，入力波形の時間周波数特性が求められる．ただし，非線形系の伝達関数は存在しないため，この系を等価線形近似した系の伝達関数を用いる．このようにして得られた入力波形のウェーブレット係数のうちで，振幅が最大となる項を，現在の入力波形に足し合わせることで波形を効率良く更新できると考えられる．

ただし，伝達関数として等価線形近似された系の伝達関数を用いているため，このウェーブレット関数の卓越周波数，卓越時刻及び振幅には誤差が含まれていることを考慮する必要がある．そこで，これらのパラメタについて，その近傍で最適な値を探索する．具体的には，パラメタをその近傍でランダムに変化させて波形を合成し，その非線形応答特性と，目標とする時間周波数特性のスカログラムの差を算出し，その差が最小となるパラメタの組合わせを採用することとした．このパラメタに相当するウェーブレット関数を加えることで，現在の波形を更新する．

この操作を，目標とする応答の時間周波数特性に十分近づくまで繰り返すことで，入力波形が合成される．

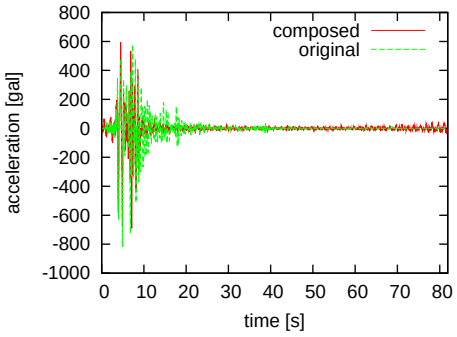
(3) 提案手法の有効性検証

提案手法の有効性を検証するため，実際の強震記録に対する 1 自由度 1 質点系のバイリニアモデルでの時刻歴応答を用い，応答情報のみから元の入力波形を再現する試みを行った．検証には初期剛性の異なる 2 つの質点系による応答を用い，質点系 1 の固有周期は 4.5 *s*，質点系 2 の固有周期は 1.6 *s* とした．

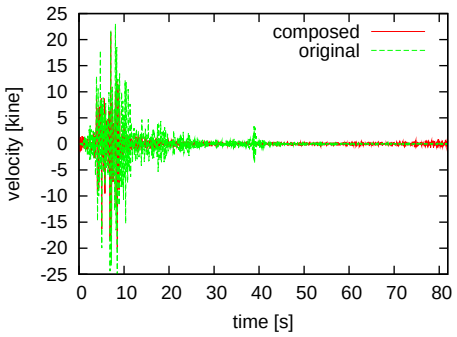
質点系 1 における検証の結果を図–1 に，質点系 2 における結果を図– 2 に示す．2 つの質点系の共に，提案手法による合成波形は入力波形と速度応答の両方において元波形の応答をよく近似している．

4. 結論

非線形応答に大きな影響を与える時間周波数特性に着目し，規定された非線形応答の時間周波数特性を出力する入力波形を近似的に合成する方法を提案した．実際の強震記録を用いた検証の結果から，提案手法の有効性が示された．

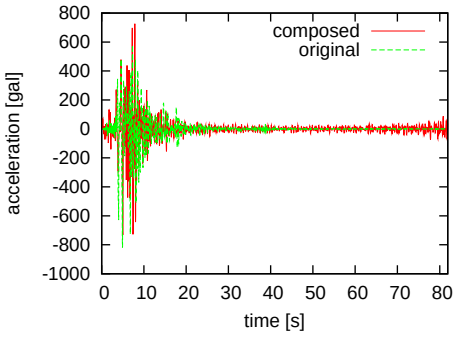


(a) 入力波形

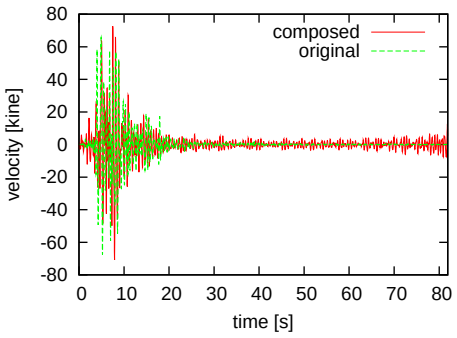


(b) 速度応答

図–1 質点系 1 における元波形と合成波形の時刻歴の比較



(a) 入力波形



(b) 速度応答

図–2 質点系 2 における元波形と合成波形の時刻歴の比較

参考文献

1) 大濱吉礼, 本田利器:解析信号ウェーブレットを用いた入力地震動の合成, 土木学会年次学術講演会講演概要集第 1 部 Vol.58,pp.597-598,2003
2) Christopher,Gilbert:*A Practical Guide to Wavelet Analysis*, Bulletin of the American Meteorogical Society, Vol.79, No.1, pp.61-78, 1998