

8 節点シェル要素を用いた腐食に伴う体積欠損過程の有限要素解析法について

大阪大学大学院工学研究科 学生員 ○玉川 新悟

大阪大学大学院工学研究科 正会員 三好 崇夫

大阪大学大学院工学研究科 正会員 奈良 敬

1. 目的

鋼橋の腐食は、その橋梁形式、周囲の環境により大きく異なるため、実験から得られた評価式のみを用いて、腐食損傷が生じた既設鋼橋の残存耐荷力を正確に評価し、補修・補強、架け替えの要否を診断するのは困難である。したがって、これらの診断には解析的手法を導入する必要があると考える。そこで、本研究では、腐食損傷を有する既設鋼構造物の残存耐荷力を精度よく予測できる有限要素解析法の開発を目的とする。同様の観点から、解析的手法による評価が試みられているものの、腐食を模擬する際に、腐食後の形状を単に初期形状として考慮しており、体積欠損に伴う残留応力の再分配や変形履歴が無視されている。後藤ら^{1),2)}は、この点を問題点として指摘し、はり要素とソリッド要素を用いて、体積欠損過程を考慮した解析法を提案しているが、ソリッド要素を用いて薄板をモデル化するには、板厚方向に多くの要素分割が必要であるため、計算効率が悪化する。そこで、本研究では、8 節点アイソパラメトリックシェル要素を用いて体積欠損過程が考慮できる解析法を開発した。本文では、この解析法の概要とその妥当性を数値計算により検証した結果について報告する。

2. 体積欠損過程を考慮した有限要素解析法

本研究で考案した解析法の定式化は、更新 Lagrange 法に基づいており、その概要は以下のようなものである。なお、ここでは、諸量の左肩符号は増分ステップ、右肩の括弧内は反復回数、および Δ は増分を表すものとする。

いま、任意の増分ステップ n の収束点では、内力と外力は釣り合う必要があるため次式が成立する。

$$\mathbf{R}^{(j)} = {}^n\mathbf{F} - {}^n\mathbf{Q}^{(j)} = 0 \quad (1) \quad {}^n\mathbf{Q}^{(j)} = \sum_{M=1}^{N_e} \int_{V_M} ({}^n\mathbf{B}_{L,M}^{(j)})^T {}^n\hat{\mathbf{T}}_M^{(j)} dV \quad (2)$$

ここに、 $\mathbf{R}$: 不平衡力ベクトル、 $\mathbf{F}$: 外力ベクトル、 $\mathbf{Q}$: 内力ベクトル、 $\mathbf{B}_L$: 線形ひずみ-変位変換マトリックス、 $\hat{\mathbf{T}}$: Cauchy 応力テンソルのベクトル表示、 N_e : 解析対象内の総要素数、および V : 体積である。

次の増分ステップ $n+1$ において、外力が一定を保った状態 (${}^n\mathbf{F} = {}^{n+1}\mathbf{F}$) で、体積に変化が生じた場合、接線剛性マトリックスを $\mathbf{K}_T$ 、および体積欠損量を ΔV とすると、接線剛性方程式は以下のように表される。

$${}^{n+1}\mathbf{K}_T^{(r-1)} \Delta \mathbf{U}^{(r)} = \mathbf{R}^{(r)} \quad (3) \quad \mathbf{R}^{(r)} = {}^{n+1}\mathbf{F} - {}^{n+1}\mathbf{Q}^{(r-1)} \quad (4) \quad {}^{n+1}\mathbf{Q}^{(r-1)} = \sum_{M=1}^{N_e} \int_{V_M^{(r-1)} - \Delta V_M} ({}^{n+1}\mathbf{B}_{L,M}^{(r-1)})^T {}^{n+1}\hat{\mathbf{T}}_M^{(r-1)} dV \quad (5)$$

ここで、8 節点アイソパラメトリックシェル要素では、体積欠損は各節点での板厚の減少量としてとらえることができる。また、式(5)から、体積欠損させるステップ内の反復計算 1 回目で、前の収束点での Cauchy 応力を体積欠損後の板厚範囲で積分する必要があるが、非線形解析では、板厚減少後の Gauss 積分点の Cauchy 応力を厳密に求めることが困難である。そこで、本研究では、実用的かつ近似的な手法として、予め板厚方向には Gauss 積分点の他に、これらの積分点間に応力評価点を設け、板厚減少前の応力評価点での Cauchy 応力から次式で示される線形補間式で内挿することにより、板厚減少後の新たなこれらの点の Cauchy 応力とした。

$${}^{n+1}\hat{\mathbf{T}}_M^{(i)} \left(\frac{t_g - \Delta t_g}{t_g} r_3^g \right) = {}^n\hat{\mathbf{T}}_M^{(j)}(r_3^k) + \frac{{}^n\hat{\mathbf{T}}_M^{(j)}(r_3^{k+1}) - {}^n\hat{\mathbf{T}}_M^{(j)}(r_3^k)}{r_3^{k+1} - r_3^k} \cdot \left(\frac{t_g - \Delta t_g}{t_g} r_3^g - r_3^k \right) \quad \left\{ r_3^k < \frac{t_g - \Delta t_g}{t_g} r_3^g \leq r_3^{k+1} \right\} \quad (6)$$

ここに、 t_g : Gauss 積分点 g の収束点での板厚、 Δt_g : g での板厚減少量、 r_3^g : g での自然座標値、 r_3^k 、 r_3^{k+1} : 応力評価点 k 、 $k+1$ の自然座標値である。

3. 数値計算例と妥当性の検証

考案した解析法の妥当性を検証するため数値計算を実施し、本解析法による解析結果と理論解を比較することによりその妥当性を検証した。

キーワード：腐食 体積欠損過程 有限要素法 8 節点シェル要素

連絡先：大阪府吹田市山田丘 2-1 S1 棟 628 号室 TEL(06-6879-7599) FAX(06-6879-7601)

3. 1 等曲げを受ける片持ちはりの体積欠損解析

Fig.1 に示す片持ちはりの自由端に、一定の大きさの集中モーメント M を作用させた状態で、板の表裏面から上下対称に板厚減少させる弾性有限変位解析を行った。結果として、荷重と自由端のたわみ角の関係を Fig.2, 体積欠損率とたわみ角の関係を Fig.3 に示す。なお、これらの図中には、体積欠損過程を考慮した解析結果 (FEA-1), 当初から体積欠損後の板厚で集中モーメントを载荷することによって体積欠損過程を無視した解析結果 (FEA-2), および微小変位理論解 (Theoretical) をあわせて示す。これらの図より、FEA-1 は理論解と良好に一致することが分かる。また、FEA-2 の最終的なたわみ角は FEA-1 と理論解とも殆ど一致しており、この問題では、体積欠損過程の影響は小さいようである。

3. 2 一様圧縮を受ける板の体積欠損解析

Fig.4 に示すような、初期たわみを有する片持ち板の自由端に、一様圧縮力の载荷後、板中央面から上下対称に板厚を減少させる弾性有限変位解析を行った。荷重と自由端の面外たわみの関係を Fig.5, および体積欠損率と面外たわみの関係を Fig.6 に示す。なお、図中には、エラスティカ理論値 (Theoretical) も比較として示している。これより、解析結果は理論値と良好に一致していることが分かる。

4. まとめ

本文は、8 節点シェル要素を用いた腐食に伴う体積欠損過程を考慮できる有限要素解析法を示すとともに、その弾性範囲内の妥当性も検証した。この結果、考案した解析法は妥当であることが示された。今後は、この解析法を材料非線形問題に拡張し、鋼構造物の腐食に伴う体積欠損過程が、その残存耐荷力に及ぼす影響を明確にしていく予定である。

【参考文献】1) 後藤 芳顕, 川西 直樹: 腐食や補修の影響を考慮した長期間の力学性能評価のための構造解析法の開発: 土木学会論文集, No.689, I-57, pp.85-100, 2000. 2) 後藤 芳顕, 川西 直樹: 腐食と補修履歴を考慮した鋼構造物の耐震性能評価のための解析手法: 土木学会論文集, No.738, I-64, pp.233-244, 2003.

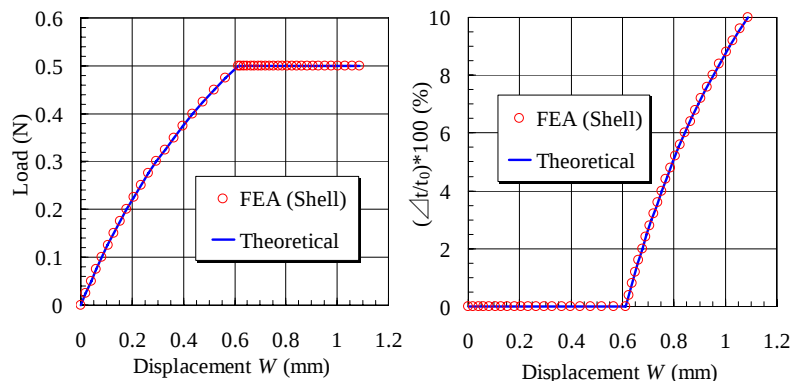


Fig.5 荷重とたわみの関係

Fig.6 体積欠損率とたわみの関係

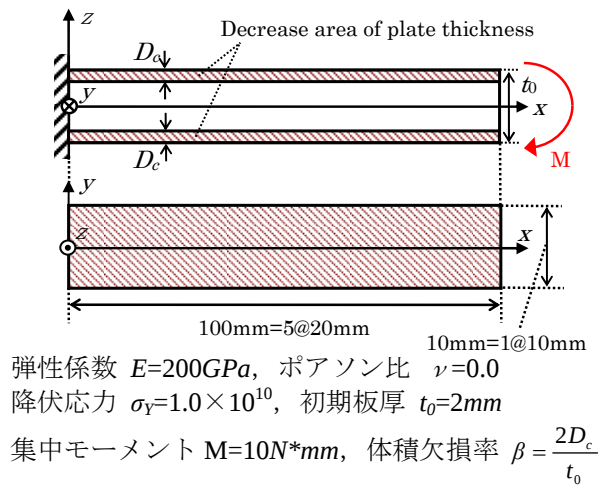


Fig.1 等曲げを受ける片持ちはりの解析モデル

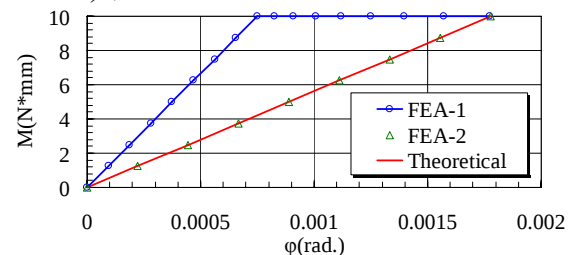


Fig.2 荷重とたわみ角の関係

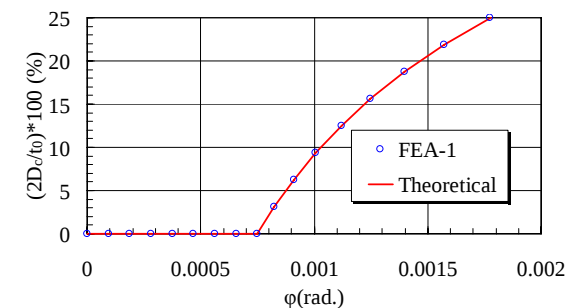


Fig.3 体積欠損率とたわみ角の関係

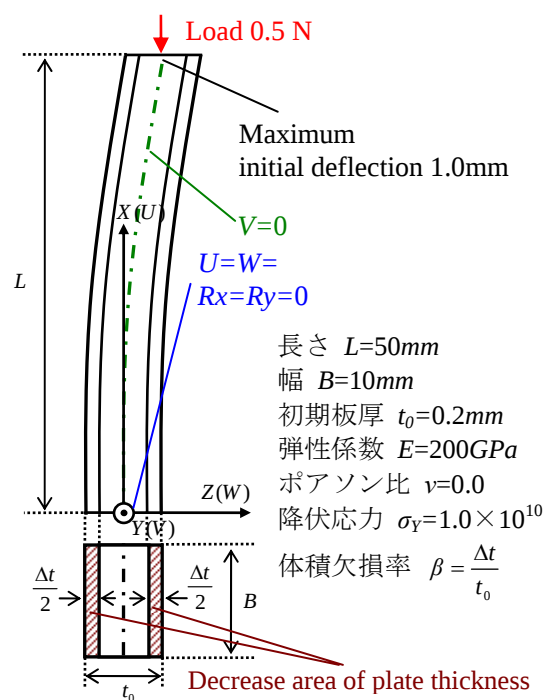


Fig.4 片持ち板の解析モデル