

# $k - \varepsilon$ モデルに基づく3次元風況解析における物体角点の境界条件処理について

中央大学大学院  
中央大学  
中央大学

学生員  
正会員  
正会員

岸 昌由  
田中 聖三  
檜山 和男

## 1. はじめに

都市化に伴い問題視されて久しいビル風等の大気環境変化の予測は、実験のみならず、数値解析による検討も数多く行われるようになってきている。大気環境シミュレーションの数値解析手法には、従来は差分法が用いられてきたが、都市のビル等の任意複雑形状への適合性に優れた非構造格子に基づく有限要素法は有効な手法であると考えられる。一方、複雑な幾何形状を有する構造物を扱う場合には、物体角点の境界条件が解析結果の精度に大きく影響を及ぼすことがある。このため、物体境界上の角点に適切な境界条件を課することは重要である。

そこで本研究では、都市における複雑乱流場の風況解析手法の構築を目的とし、その基礎段階として長谷部らが2次元問題において提案した角点処理法<sup>1)2)</sup>を3次元に拡張し、その有効性の検討を行った。風況解析のための乱流モデルには $k - \varepsilon$ 型2方程式モデルを用い、離散化手法には安定化有限要素法<sup>3)</sup>を適用した。数値解析例として2棟建物周辺風況解析を取り上げ、既存の実験値と解析値<sup>4)</sup>と比較することにより、本手法の精度の検証を行った。

## 2. 数値解析手法

### (1) 基礎方程式

等温場における非圧縮性粘性流体を考え、乱流モデルには $k - \varepsilon$ 型2方程式モデルを使用する。アンサンブル平均を施された運動方程式、連続式、乱流エネルギー $k$ の輸送方程式、エネルギー散逸率 $\varepsilon$ の輸送方程式はそれぞれ式(1)~(4)のように表される。

運動方程式；

$$\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial t} + \bar{u}_j \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{p}}{\partial x_i} + \frac{2}{3} \frac{\partial k}{\partial x_i} - \frac{\partial}{\partial x_j} \left\{ \left( \frac{1}{Re} + \nu_T \right) \left( \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i} \right) \right\} = 0 \quad (1)$$

連続式；

$$\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_i} = 0 \quad (2)$$

乱流エネルギー $k$ の輸送方程式；

$$\frac{\partial k}{\partial t} + \bar{u}_i \frac{\partial k}{\partial x_i} - \frac{\partial}{\partial x_j} \left\{ \left( \frac{\nu_T}{\sigma_k} \right) \frac{\partial k}{\partial x_j} \right\} - P_k + \varepsilon = 0 \quad (3)$$

エネルギー散逸率 $\varepsilon$ の輸送方程式；

$$\frac{\partial \varepsilon}{\partial t} + \bar{u}_i \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_i} - \frac{\partial}{\partial x_j} \left\{ \left( \frac{\nu_T}{\sigma_\varepsilon} \right) \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_j} \right\} - (C_{\varepsilon 1} P_k - C_{\varepsilon 2} \varepsilon) \frac{\varepsilon}{k} = 0 \quad (4)$$

$$\bar{S}_{ij} = \sqrt{\frac{1}{2} \left( \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i} \right)^2}$$

$$\nu_T = C_\mu \frac{k^2}{\varepsilon}, P_k = \nu_T \bar{S}_{ij} \bar{S}_{ij}$$

ここで、 $\bar{u}_i$ 、 $\bar{p}$  はそれぞれアンサンブル平均を施した流速、圧力を示す。また、 $k$ 、 $\varepsilon$  はそれぞれ乱流エネルギー、エネルギー散逸率を示す。 $Re$  は Reynolds 数を示し、 $\nu_T$  は渦動粘性係数を示す。式(1)~(4)中の定数はそれぞれ以下の通りである。

$$C_\mu = 0.09, \sigma_k = 1.0, \sigma_\varepsilon = 1.3$$

$$C_{\varepsilon 1} = 1.44, C_{\varepsilon 2} = 1.92$$

### (2) 安定化有限要素法

本研究では、式(1)~(4)にSUPG/PSPG法に基づく安定化有限要素法<sup>3)</sup>を適用し、空間方向の離散化にはP1/P1(流速・圧力1次)要素を用いて補間を行い、時間方向の離散化には、2次精度を有するCrank-Nicolson法を利用した。移流速度は2次精度Adams-Bashforth法により近似した。なお、連続式、圧力は陰的に扱っている。連立一次方程式の解法には、Element-by-Element Bi-CGSTAB2法を用いた。

### 3. 物体境界上角点の法線の評価

本研究では、物体境界上の角点での法線を定義する際に、以下の3通りを検討した。(図-1参照)

Case1 角点 non-slip

Case2 幾何形状のみから評価<sup>1)</sup>

$$n_i = \frac{\sum_{e=1}^{n_{\text{ean}}} n_i^e \Delta^e}{\sum_{e=1}^{n_{\text{ean}}} \frac{n_i^e \Delta^e}{\Delta^e}} \parallel$$

Case3 幾何形状と周辺流速から評価<sup>2)</sup>

$$n_i = \frac{\sum_{e=1}^{n_{\text{ean}}} w^e n_i^e}{\sum_{e=1}^{n_{\text{ean}}} w^e} \parallel, \quad w^e = \frac{u_i^e}{\sum_{e=1}^{n_{\text{ean}}} |u_i^e|}$$

ここで、 $\Delta^e$  は要素面積、 $n_i^e$  は要素面の法線を表わす。 $n_{\text{ean}}$  は、角点周りの要素数を表わす。また、図-1より物体境界上節点に接続する要素面で、重み $w^e$ に用いる流速 $u_i^e$ は、節点B、Cの中点Dと物体境界上角点Aの線上で、物体境界上角点Aから1/3の距離の値を用いた。これを他の要素面にも同様に適用させ、重み付き平均を行い、法線の定義を行った。この場合、流速 $\bar{u}_i^e$ は、時間とともに変化するので、 $n_i$ も時間に応じて変化する。

**KeyWords:** 安定化有限要素法,  $k - \varepsilon$ 型2方程式モデル, 物体角点

連絡先: 〒112-8551 東京都文京区春日 1-13-27 E-mail: kishi1@civil.chuo-u.ac.jp

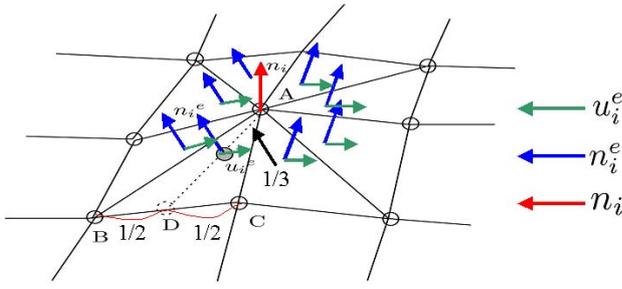


図-1 物体境界上法線ベクトルの定義

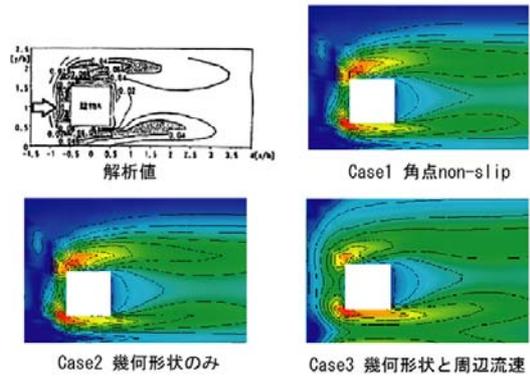


図-3 乱流エネルギー  $k$  の分布

4. 数値解析例

(1) 解析条件

解析領域を図-2に、境界条件を表-1に示す。解析は前項に示した Case1(角点 nonslip), Case2(幾何形状のみで評価), Case3(幾何形状と周辺流速から評価) について行い,  $Re = 83000$  とした。乱流モデルには標準  $k-\epsilon$  モデルを用いた。微小時間増分量  $\Delta t = 1.0 \times 10^{-3}$  とした。 $x-y(z = 1.0b)$ ,  $x-z(y = 1.5b)$  平面における流速  $\bar{u}$  を測定し, 比較を行った。

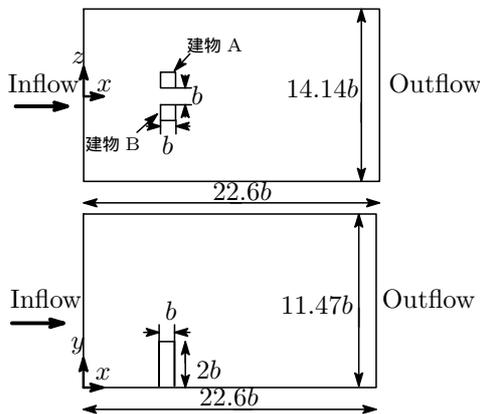


図-2 解析領域(上:水平断面,下:鉛直断面)

表-1 境界条件

流入境界	$\bar{u} = y^{1/4}, k: \text{風洞実験値}^{4)}$ $\bar{v} = \bar{w} = 0.0, \epsilon = 0.3k \frac{\partial \bar{u}}{\partial y}$
流出境界	自由流出境界 ( $\bar{u}, \bar{v}, \bar{w}, k, \epsilon: \partial/\partial x = 0$ )
上端面	slip 条件
下端面	一般化対数則

(2) 解析結果

図-3に  $y = 1.5b$  上での, 乱流エネルギー  $k$  の分布を, 図-4に  $x-y, x-z$  平面上の流速を示す。

図-3より, 本解析は Case1~3 とともに中島らの解析値<sup>4)</sup>(標準  $k-\epsilon$  モデル) と定性的に良く一致している。各ケースを比較すると, Case1~3 では, 乱流エネルギー  $k$  の分布に若干差異が見られた。Case1~3 における乱流エネルギー  $k$  の最大値は, それぞれ 0.373, 0.369, 0.354 となっており, Case3 が最も低減させることが確認できた。

図-4より, 2つの平面においても Case3の方が, Case1, 2よりも角転近傍では既存の実験値<sup>4)</sup>とより良い一致を示

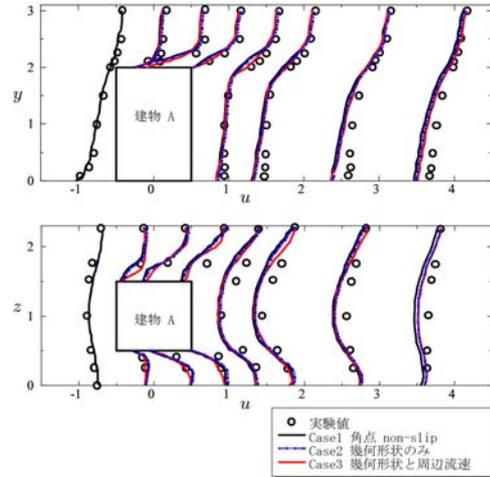


図-4 各平面における風速(上:  $x-y$  平面, 下:  $x-z$  平面)

しているが, 物体から遠ざかると, 大きな差異は見られなかった。

5. おわりに

本研究は, 都市における複雑乱流場の  $k-\epsilon$  モデルに基づく風況解析手法の構築の基礎段階として, 物体境界上角点における境界条件の精度検証を行い, 既存の実験値, 解析値と比較することにより, 以下の結論を得た。

- 乱流エネルギー  $k$  について, 角点の法線方向は幾何形状と周辺流速を考慮したものが最も低減することが確認出来た。
- 流速について, 角点の法線方向は幾何形状と周辺流速を考慮したものが角点近傍では実験値と最も良い一致を示した。ただし, 物体から遠ざかると大きな差異は見られなかった。

今後の課題としては, 実地形での解析が挙げられる。

参考文献

- 1) 島村雄二, 長谷部寛, 野村卓史: 第33回土木学会関東支部技術研究発表会, I-075, 2006.
- 2) 長谷部寛, 野村卓史: 土木学会第60回年次学術講演会, pp.689-690, 2005.
- 3) T.E.Tezduyar: Advance in Applied Mechanics, 28, pp.1-44, 1991.
- 4) 中島弘喜, 富永禎秀, 赤松伸一, 坂口淳: 日本建築学会環境系論文集, 第578号, pp.17-24, 2004.