初期不整や風荷重による構造系の強度低下量に対する確率的評価

東北大学 学生会員 ○大内 知章
東北大学 正会員 池田 清宏・山川 優樹・須藤 健太郎
京都大学 正会員 大崎 純
大阪市立大学 正会員 北田 俊行・松村 政秀

1. はじめに

座屈を起こす構造系の座屈強度は，種々の初期不整の介在により著しく低下することがKoiter[1]によって明らかにされており，本研究室でも部材の初期不整に関する一連の研究を行ってきた[2]．一方で，初期不整よりも風等の外力の変動が耐荷力に及ぼす影響は大きく，現実的には支配的であると言われている．

そこで本研究では，風荷重の変動を初期不整として評価し，平均的な成分である平均風力と平均値からの変動分である変動風力とに分解した2種類の荷重による構造系の耐荷力低下の仕組みを評価し，さらに，支配的な成分に応じた構造系の強度低下量に対する確率的評価を提案した．

2. 風荷重算定法のまとめ

建築物荷重指針・同解説[4]に基づき，小規模構造物に対する風荷重 W_S および，塔状トラス構造物に対する風荷重 W_D は，以下の算定式により算定される．

$$W_D = q_Z C_D G_D A \tag{1}$$
$$W_S = 0.4 {U_0}^2 H^{0.4} C_e C_D A \tag{2}$$

ここに，q_Z は速度圧 (N/mm^2) であり，C_D，G_D，C_e は各々風力係数，ガスト影響係数，環境係数と呼ばれ，構造物の形状や周辺の地理的状況などの様々な要因により定まる定数であり，U_0 は基本風速 (m/s)，H は基準高さ (m)，A は投影面積 (m^2) を表す．

ここで，再現期間 T 年に対する風荷重を，一定の荷重パターンベクトル $\boldsymbol{f}$ とパラメータ α を用いて

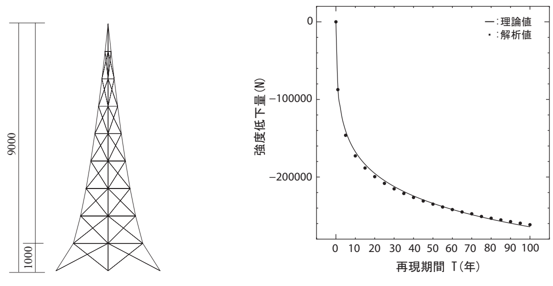
$$\boldsymbol{W} = \alpha \boldsymbol{f} \tag{3}$$

と定義した風荷重ベクトル $\boldsymbol{W}$ で仮定し，平均成分を y 軸方向に，変動成分を z 軸方向に作用させた場合における構造系の強度低下量曲線を求めた．

3. 平均風力の評価

(1) 解析例 鉄塔型多自由度トラスタワー

図–1 (a) に示すトラスタワーにおいて，各部材の断面積を 1.9×10^3mm^2，弾性係数を 2.0×10^5N/mm^2



(a) トラスタワーモデル (b) 強度低下量曲線

図–1 鉄塔型トラスタワーモデルと強度低下量曲線

とする．この時，構造系の強度低下量は，$\tilde{\Lambda}^c$ の 2/3 乗則に基づき，定数 C を用いて，以下に示す式 (4) で与えられる．

$$\tilde{\Lambda}^c \sim C\alpha(T)^{\frac{2}{3}} \tag{4}$$

ここで，パラメータ α と再現期間 T の関係式は，

$$\alpha(T) = 0.9995(0.126\ln(T) + 0.42)^2 \tag{5}$$

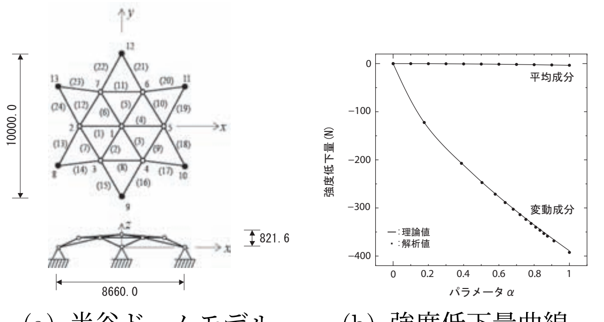
で表され，これらを用いることで次式 (15) と**図–1** (b) に示す構造系の強度低下量曲線が得られた．

$$\tilde{\Lambda}^c = -2.64 \times 10^5\,(0.126\ln(T) + 0.42)^{\frac{4}{3}} \tag{6}$$

なお，この強度低下量曲線により再現期間 100 年の風荷重による強度低下量は，完全系の座屈荷重の約 11 %に相当することが分かった．

4. 変動風力の評価

(1) 解析例 半谷トラスドーム



(a) 半谷ドームモデル (b) 強度低下量曲線

図–2 半谷ドームモデルと強度低下量曲線

図–2 (a) に示す半谷トラスドームの分岐モードは z 軸方向であり，平均成分および変動成分の風荷重ベクトル $\alpha\boldsymbol{f}$ を作用させて解析した．

Key Words: **風荷重, 平均風力, 変動風力, 初期不整影響ベクトル**
〒981-3135 宮城県仙台市泉区八乙女中央 3-4-53

この時，**図–2** (b) に示す通り，変動成分に対して耐荷力は $\tilde{\Lambda}^c$ の 2/3 乗則に基づいて低下した．一方，平均成分に対する耐荷力低下は非常に小さかった．この解析により，分岐モードに対し直交する成分よりも，分岐モード成分を有する成分の方が主に構造系の耐荷力に影響を及ぼすことが示された．

5.　外力変動を初期不整として捉える方法論

(1)　一般化初期不整感度則

初期不整を含む構造系の非線形支配方程式

$$\boldsymbol{F}(\boldsymbol{U}, \Lambda, \tilde{\boldsymbol{v}}) = \boldsymbol{0} \tag{7}$$

を考える．ここに $\boldsymbol{U}$ は変位ベクトル，Λ は荷重パラメータ，$\tilde{\boldsymbol{v}} = (\tilde{v}_1, \ldots, \tilde{v}_p)^\top$ は初期不整増分ベクトルである．

ここで，初期不整が十分に小さいと仮定した場合の単純不安定対称分岐点における一般化初期不整感度則は，Ikeda・Ohsaki の論文[3]による手法より

$$\tilde{\Lambda}^c \sim -\left[(-\alpha)^{\frac{3}{2}} \boldsymbol{a}^\top \tilde{\boldsymbol{v}}\right]^{\frac{2}{3}} + \beta \boldsymbol{b}^\top \tilde{\boldsymbol{v}} \tag{8}$$

で表され，$\boldsymbol{a} = (a_1, \ldots, a_p)^\top$・$\boldsymbol{b} = (b_1, \ldots, b_p)^\top$ は初期不整影響ベクトルであり，以下の差分式 (9)，(10) を用いて各々の成分を求めることが可能である．

$$\begin{aligned} a_i \sim \frac{1}{\tilde{v}_i} \boldsymbol{\Phi}_1^{c0\top} \bigl[& \boldsymbol{F}(\boldsymbol{U}^{c0}, \Lambda^{c0}, v_1^0, \ldots, v_i^0 + \tilde{v}_i, \ldots, v_p^0) \\ & - \boldsymbol{F}(\boldsymbol{U}^{c0}, \Lambda^{c0}, v_1^0, \ldots, v_i^0, \ldots, v_p^0) \bigr] \end{aligned} \tag{9}$$

$$\begin{aligned} b_i \sim \frac{1}{\tilde{v}_i} \bigl[& \boldsymbol{\Phi}_1^{c0\top} \boldsymbol{S}(\boldsymbol{U}^{c0}, \Lambda^{c0}, v_1^0, \ldots, v_i^0 + \tilde{v}_i, \ldots, v_p^0) \boldsymbol{\Phi}_1^{c0} \\ & - \boldsymbol{\Phi}_1^{c0\top} \boldsymbol{S}(\boldsymbol{U}^{c0}, \Lambda^{c0}, v_1^0, \ldots, v_i^0, \ldots, v_p^0) \boldsymbol{\Phi}_1^{c0} \bigr] \end{aligned} \tag{10}$$

ここに，$\boldsymbol{\Phi}_1^{c0}$ は単純不安定分岐点における固有ベクトル，$\boldsymbol{S}$ は特異点における接線剛性剛列を表す．

(2)　統計理論の適用

式 (8) において，1 次不整・2 次不整による強度低下量 $a = -[(-\alpha)^{\frac{3}{2}} \boldsymbol{a}^\top \tilde{\boldsymbol{v}}]^{\frac{2}{3}}$，$b = \beta \boldsymbol{b}^\top \tilde{\boldsymbol{v}}$ の確率密度関数 ϕ_a，ϕ_b は，以下のように書ける[2]．

$$\phi_a = \frac{3|a|^{\frac{1}{2}}}{\sqrt{2\pi}\sigma_a} \exp\left(-\frac{|a|^3}{2(\sigma_a)^2}\right), \ (-\infty < a < 0) \tag{11}$$

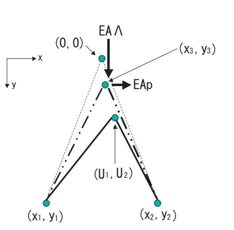
$$\phi_b = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_b} \exp\left(-\frac{b^2}{2(\sigma_b)^2}\right), \ (-\infty < b < \infty) \tag{12}$$

したがって，1 次不整・2 次不整による座屈強度低下量の確率密度関数は，式 (11)，(12) を以下のように合成することで得られる．

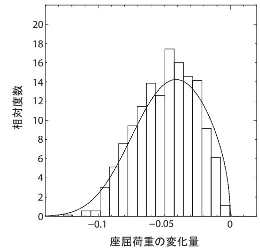
$$\phi_{\tilde{\Lambda}^c} = \int_{-\infty}^{0} \phi_a(a)\, \phi_b(\tilde{\Lambda}^c - a)\, da \tag{13}$$

(3)　解析例　2 バートラス

図–3 (a) に示す 2 バートラスについて，各節点位置および部材の断面積，さらに頂点に初期不整として捉えた外力荷重を x 軸方向に与え，計 9 個の初期不整を考慮して解析した．



(a) 2 バートラスモデル



(b) 外力の分散が 10^{-4} の場合

図–3　2 バートラスモデルと解析結果

その結果，以下に示すような 2 バートラスにおける一般化初期不整感度則が得られる．

$$\begin{aligned} \tilde{\Lambda}^c = & -\bigl[C_1 \tilde{v}_p + C_2(\tilde{v}_{x_1} + \tilde{v}_{x_2}) + C_3(\tilde{v}_{y_1} - \tilde{v}_{y_2}) \\ & + C_4 \tilde{v}_{x_3} + C_5(\tilde{v}_{A_1} - \tilde{v}_{A_2})\bigr]^{\frac{2}{3}} + C_6(\tilde{v}_{x_1} - \tilde{v}_{x_2}) \\ & + C_7(\tilde{v}_{y_1} + \tilde{v}_{y_2}) + C_8 \tilde{v}_{y_3} + C_9(\tilde{v}_{A_1} + \tilde{v}_{A_2}) \end{aligned} \tag{14}$$

ここに，式 (14) の係数の値は以下の通りである．

$$\begin{aligned} C_1 &= -1.441, C_2 = 4.558 \times 10^{-2}, C_3 = 4.182 \times 10^{-2} \\ C_4 &= -9.115 \times 10^{-2}, C_5 = -6.995 \times 10^{-2}, C_6 = 0.2971 \\ C_7 &= 9.902 \times 10^{-2}, C_8 = -0.1980, C_9 = -0.1239 \end{aligned}$$

また，**図–3** (a) において，部材の初期不整に，平均 0，標準偏差 10^{-3} の正規乱数を，外力荷重に，平均 0，標準偏差 $10^{-2} \sim 10^{-4}$ の正規乱数を与えた場合の，有限変位解析による構造系の座屈荷重変動のヒストグラムと，式 (13) より求めた確率密度関数とを比較した．その結果，**図–3** (b) に示す通り，構造系の強度低下量に対する外力荷重の影響は，部材の初期不整の影響よりも比較的大きいことが示された．

6.　結論

本研究では，風荷重ベクトルが分岐モード成分に直交する場合は，構造系の耐荷力に及ぼす影響は小さく，一方，分岐モード成分を有する場合は，2/3 乗則に基づいて大きく影響を及ぼすことを明らかにした．さらに，T 年風に対する強度低下量 $\tilde{\Lambda}^c$ の関係を定式化できた．

今後は，梁部材モデルを用いて，風を確率風と仮定した場合の構造物強度の確率変動を，統一的に評価することへの取り組みが課題である．

参考文献

1) Koiter, W.T : On the Stability of Elastic Equilibrium, Dissertation, Delft, Holland, 1967
2) 池田 清宏，室田 一雄：構造系の座屈と分岐，コロナ社, 2001.
3) Ikeda, K. and Ohsaki, M. : Generalized sensitivity and probabilistic analysis of buckling loads of structures, *Int. J. of Non-linear Mechanics.*(掲載予定)
4) 日本建築学会：建築物荷重指針・同解説（2004），日本建築学会, 2006.