パイプインパイプシステムの弾性座屈特性に関する基礎的考察

Investigation on elastic buckling characteristics of pipe-in-pipe systems

北海道大学大学院工学研究科 学生員 嶋崎賢太(Kenta Shimazaki)
北海道大学大学院工学研究科 正 員 佐藤太裕(Motohiro Sato)
北海道大学大学院工学研究科 正 員 蟹江俊仁(Shunji Kanie)
北海道大学大学院工学研究科 フェロー 三上 隆(Takashi Mikami)

1. はじめに

極大水深域において大きな静水圧を受ける海洋パイ プラインは,耐崩壊性,耐熱性に優れた断面形状とし て,外側と内側のパイプの間に厚いコアを有する合成 断面(パイプインパイプ断面)が有効であり,近年海 洋工学分野では様々な角度から研究が行われている. 本研究は静水圧を受ける合成断面を有する海洋パイプ ラインにおけるコアの力学的役割を明確にし,弾性座 屈の観点から有意なコア厚さを算定することを目的と するものである.また弾性床上パイプの概念による簡 易なモデル化を提案し,その妥当性,適用範囲に関す る検討を行う.

2. 解析モデル

図-1 のような内側に弾性体のコアをもつパイプに ついて,静水圧作用に対しては平面ひずみ状態を仮定 して考え,軸圧縮力作用に対しては,パイプは薄肉円 筒シェル理論,コアは三次元弾性論に基づいて考える. コアの内側の条件は剛パイプによる拘束と拘束なしの 場合を考え,それぞれを比較する.また,添字の*p*,*c* はそれぞれパイプとコアに関するものとする.



3. 静水圧作用による座屈現象の定式化

コアにおける 2 方向の変位と 2 つの応力が 4 個の 定数 a_n, \dots, d_n により次式で表される¹⁾ .例として垂直 応力と半径方向変位は以下の通りであり,これらの式 に sin 項 cos 項をかけたものが変位,応力分布となる. ただし, $K = E/(1-v^2)$, $\mu = v/(1-v)$ であり, E, v はそれ ぞれヤング率とポアソン比である.

$$\sigma_m(r) = -n(n+1)r^{-n-2}a_n - (n-1)(n+2)r^{-n}b_n$$

- n(n-1)r^{n-2}c_n - (n+1)(n-2)r^nd_n (1a)

$$w_n(r) = \frac{r}{K_c} \left\{ n(1+\mu_c) r^{-n-2} a_n + \left[n(1+\mu_c) + 2(1-\mu_c) \right] r^{-n} b_n \quad (1b) \right\}$$

 $-n(1+\mu_c)r^{n-2}c_n - [n(1+\mu_c) - 2(1-\mu_c)]r^nd_n$

まず,コアの内側に拘束がない場合を考える.

 $w_n(r_p) = 1$,円周方向変位は0とし, $x = r_c/r_p$ とおくと,

$$S_{11} \equiv \sigma_m(r_p) = \frac{K_c}{r} \cdot T_{11} = \frac{K_c}{r} \cdot \frac{f_{11}(x)}{g(x)}$$
(2*a*)

$$S_{21} \equiv \tau_{r\theta n}(r_p) = \frac{K_c}{r_p} \cdot T_{21} = \frac{K_c}{r_p} \cdot \frac{f_{21}(x)}{g(x)}$$
(2b)

$$f_{11}(x) = -n^{2}(1+\mu_{c})x^{4} + 2(n^{2}-1)(3+\mu_{c})x^{2} - [2n+(1-\mu_{c})]x^{2n+2} + [2n-(1-\mu_{c})]x^{-2n+2} - n^{2}(5+\mu_{c}) + 8$$
(3a)

$$f_{21}(x) = -n^{3}(1+\mu_{c})x^{4} + 2n(n^{2}-1)(1+\mu_{c})x^{2} - [n(1-\mu_{c})+2]x^{2n+2} - [n(1-\mu_{c})-2]x^{-2n+2} - n[n^{2}(1+\mu_{c})-4]$$
(3b)
$$g(x) = n^{2}(1+\mu_{c})^{2}x^{4} - 2(n^{2}-1)(1+\mu_{c})^{2}x^{2} + (1+\mu_{c})(3-\mu_{c})x^{2n+2}$$

$$(x) = n (1 + \mu_c) x - 2(n - 1)(1 + \mu_c) x + (1 + \mu_c)(5 - \mu_c)x + (1 + \mu)(3 - \mu)x^{-2n+2} + n^2(1 + \mu)^2 + 8(1 - \mu) (3c)$$

コアの外側の変位の条件を変えることにより,同様 に*s*₁₂ と*s*₂ も求めることができる.

ここで, S_i は剛性係数を表し,単一の変位jによる 応力iを意味する.j = 1,2はそれぞれ半径方向と接線方 向の変位,i = 1,2はそれぞれ各変位による垂直応力と せん断応力の三角関数部分を除いたものを表す.コア の内側に剛パイプがある場合についても,コアの内側 で変位0という条件の下で同様に剛性係数を求める.

これらを用いて変形時にパイプに蓄えられるポテン シャルエネルギーを求め, Trefftz 理論²⁾より得られる 座屈時の方程式を解くと座屈荷重 p_{cr} が求められ, これ を $S_{11} = S_{12} = S_{22} = 0$ のときの座屈荷重 p_0 除して無次元 化した座屈荷重が最終的に次式で表される.

$$p_{cr} / p_{0} = \frac{1}{3(n^{2} - 1)} \left\{ 1 + n^{4} + 12\gamma_{h}^{2} + \gamma_{K}\gamma_{h}(1 + 12\gamma_{h}^{2})T_{11} - (1 + 12\gamma_{h}^{2}) \left(n + \frac{n^{3}}{12\gamma_{h}^{2}} - \gamma_{K}\gamma_{h}T_{12} \right)^{2} / (n^{2} + \gamma_{K}\gamma_{h}T_{22}) \right\}$$
(4)

ただし, $\alpha = K_p I/r_p^3$, $\beta = K_p A/r_p$, $\gamma_{\kappa} = K_c/K_p$, $\gamma_h = r_p/h$ とし,A,Iはそれぞれパイプの断面積と断面二次モーメントである.

4. 軸圧縮力作用による座屈現象の定式化

3 方向の変位と半径方向と垂直な面に働く 3 つの応 力が6個の定数 c1,..., c6と変形ベッセル関数により表さ れる³⁾.例として軸方向変位 u は以下のように表され, 他の変位と応力も同様な形で表される.

 $2G \cdot u = -n \cos nz \sin m\theta \Big\{ c_1 I_m(nr) + c_2 K_m(nr) \Big\}$

$$+\frac{r}{r_{p}}\left[c_{3}I_{m+1}(nr)+c_{4}K_{m+1}(nr)+c_{5}I_{m-1}(nr)+c_{6}K_{m-1}(nr)\right]$$
(5)

上と同様にしてパイプの変位とコアの内側の境界条件 から c1,...,c6を求めて9つの剛性係数を求め,それらを 用いて座屈荷重を計算する.ただし, n=kπ/L であり, L はパイプの長さである.



5. 結果と考察

図-2,図-3は静水圧に対して,図-4と図-5は軸圧 縮力に対して2通りのパイプの厚さについてコアの厚 さと座屈荷重の関係を示したものである.半径方向変 位による垂直応力に関する剛性係数のみを考慮,つま り座屈現象が弾性床(Winkler foundation)上パイプで 簡略化された場合の座屈荷重も示す.ただし $v_p = 0.3$, $v_a = 0.4$ とした.

これらの図より,いずれの荷重作用においても各ヤ ング率の比に対してコアがある厚さよりも厚くなると 内側の拘束の有無によらず同程度の強度を示し,かつ そのときの座屈荷重はコア厚によらず一定となること がわかる.すなわちある一定以上のコア厚は弾性座屈 という観点からは不要であるということになる.

図-6 は静水圧について内側の拘束の有無により座 屈荷重が大きく変化するコア厚の下限値(内径/外径比 の上限値)をプロットしたものであり,軸圧縮力に対 しては拘束がないときの座屈荷重が,コア厚によらず 一定となる値から1%減少するコア厚を図-7 にプロッ トした.これらの点より内径/外径比が小さい場合には, 内側の拘束状態や剛性が座屈荷重に寄与しないことに なる.したがって図-7より,今回計算に用いたパイプ の厚さにおいては軸圧縮力作用に対して,コアの内径/ 外径比が0.7 以下となるコア厚は座屈荷重の増加には



図-7 Nzcr/Noが変化するコア厚の下限値

寄与しないといえる.また,弾性床上パイプによるモ デル化は比較的硬いコア(軸圧縮についてはヤング率 比が0.1に近い範囲を除く),また外側のパイプの厚さ が相対的に薄い場合に適用可能であるといえる.

6. まとめ

本研究は合成断面(パイプインパイプ断面)を有す る海洋パイプラインにおける,静水圧および軸圧縮力 作用時の座屈荷重とコア厚の関係に焦点を絞り解析的 に検討を行ったものである.この結果必要以上のコア 厚は座屈荷重の増加に寄与しないこと,また提案した 弾性床上パイプによる簡易なモデル化でも十分座屈荷 重を評価可能であることを示した.今後は初期不整, 非線形性の影響について検討していく予定である.

参考文献

1 James G.A. Croll: Buckling of Cylindrical Tunnel Liners, Journal of Engineering Mechanics, ASCE, Vol.127, No.4, 333-341, 2001.

2) D.O.Bruth and B.O.Almroth: Buckling of Bars, Plates and Shells, McGraw-Hill, 1975.

3) J.C.YAO: Buckling of Axially Compressed Long Cylindrical Shell With Elastic Core, Journal of Applied Mechanics, ASME, 329-334, 1962.