

板の弾塑性座屈荷重の確率変動の初期不整感度則による体系的記述

東北大学	学生会員	○柴崎晃
東北大学	正会員	池田清宏
東北大学	正会員	山川優樹
大阪市立大学	正会員	北田俊行
大阪市立大学	正会員	松村政秀

1. はじめに

実構造物は、形状の狂いや溶接に伴う残留応力などの初期不整を持つ。Koiter は初期不整の介在により構造物の耐荷力が低下するという、強度の初期不整依存性を明らかにし、初期不整感度則

$$f_c = f_c^0 - C\epsilon^\rho + \text{高次項} \quad (1)$$

として定式化した²⁾。ここに、 f_c は初期不整を持つ不完全系の耐荷力、 f_c^0 は初期不整がない完全系の耐荷力、 ϵ は初期不整、 $C > 0$ は ϵ に依存しないある正定数である。また、 ρ は特異点の種類により決まる定数であり、例えば、対称分岐の場合 $\rho = 2/3$ 、荷重の極大点の場合 $\rho = 1$ であることが知られている³⁾¹⁾。

本研究では、最初に図-1 に示す簡単な構造モデルを解析することによって、剛性を表すパラメータ β によるべき乗則の変化を確認した。

さらに、それぞれの弾塑性挙動が異なる板厚 4 種類において、初期たわみと降伏応力の値を変化させながら、圧縮板の終局強度を弾塑性有限変位解析プログラム USSP²⁾ を用いた数値解析で求め、降伏応力を考慮した感度則を提案する。最後に、感度則に現実の初期たわみと降伏応力の確率分布を導入して、弾塑性座屈荷重の確率変動を記述した。

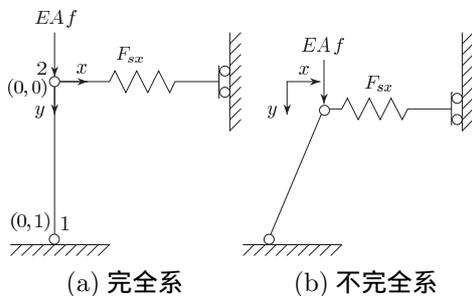


図-1 簡易モデル

2. 簡易モデル

簡単な構造モデルとして図-1 に示す水平バネで支えられたトラス部材を考える。水平バネは水平変位

x に対して力が $F_{sx} = EA(\frac{1}{\beta}x + \gamma x^3)$ となるバネで、トラス部材は弾・完全塑性体を考える。 β, γ は、バネの剛性を表すパラメータである。図-2 に、降伏ひずみ $\epsilon_Y = 0.5$ 、 $\gamma = 1$ 、 $\beta = 0.1, 0.9, 1.0, 3.0$ のときの座屈荷重の数値解析の結果を示す。図中の曲線は $\beta = 3.0$ 以外は、解析より得た感度則の理論曲線である。 β の値の変化に伴い感度則が 2 乗則、2/3 乗則、1 乗則に変化していることが確認できる。

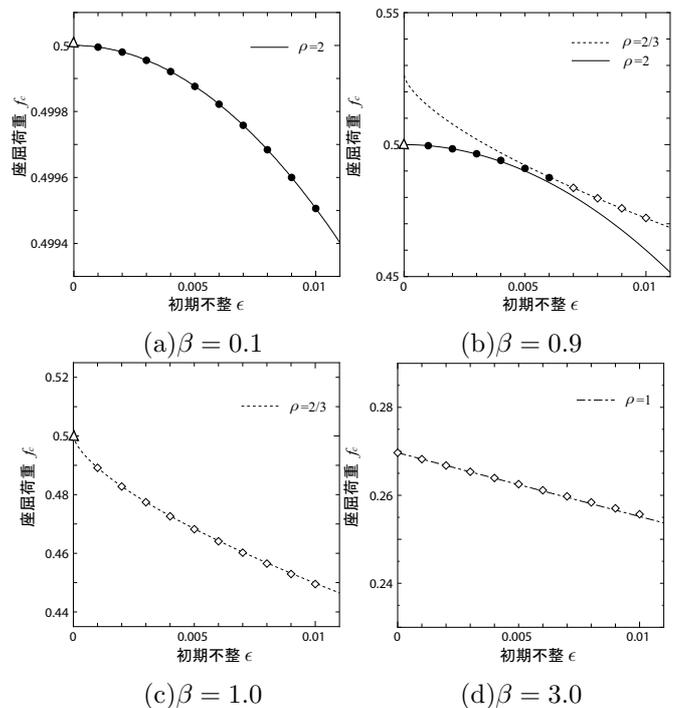


図-2 各 β における初期不整感度則

3. 板の初期不整感度則と終局強度の確率変動
弾塑性解析プログラム USSP²⁾ を用いた数値解析によって板の終局強度を求める。解析モデルは縦 $l_1 = 400\text{mm}$ 、横 $l_2 = 400\text{mm}$ の周辺単純支持板で、圧縮の方向は縦方向で、板の材料定数は鋼材 SS400 相当に設定した。

次に、幅厚比パラメータを次式で定義する。

$$R_R = \frac{b}{t} \sqrt{\frac{\sigma_Y}{E} \frac{4(1-\nu^2)}{\pi^2}} \quad (2)$$

Key Words: 板の弾塑性座屈, 初期不整感度則, 弾性座屈, 塑性座屈, 確率密度関数

〒980-8579 宮城県仙台市青葉区荒巻字青葉 06-6-061 Phone: 022-795-7420; FAX: 022-795-7418

初期たわみは次式で定義する．

$$w = \epsilon t \cos \frac{\pi x}{l_2} \cos \frac{\pi y}{l_1} \quad (3)$$

解析は、降伏応力が 235 N/mm^2 のときに $R_R = 0.2, 0.8, 1.1, 1.4$ となる板厚 $t = 36.06, 8.01, 6.56, 5.15 \text{ mm}$ において、降伏応力を変化させて行う．これらの R_R はそれぞれ弾塑性座屈挙動が、塑性座屈、塑性座屈と弾性座屈の遷移域、弾性座屈（対称分岐）、弾性座屈（荷重の極大）となる値である．解析結果から、降伏応力ごとの終局強度の初期不整感度関係を調べ、その結果から降伏応力の初期不整を考慮した感度則として次式を提案する．

$$\sigma_u = C_0 + C_1 \sigma_Y + C_2 \epsilon^\rho + \text{高次項} \quad (4)$$

式(4)に、確率分布する σ_Y と ϵ を導入し、式(4)の第2項を a 、第3項を $b(\leq 0)$ 、 $\tilde{\sigma}_u = \sigma_u - C_0$ において、次式により確率変動を求める． ϕ は確率密度関数を表す．

$$\phi_u(\tilde{\sigma}_u) = \int_{-\infty}^0 \phi_a(\tilde{\sigma}_u - b) \phi_b(b) db \quad (5)$$

σ_Y と ϵ の確率分布は、統計データ³⁾⁴⁾の値を用い、ワイブル分布を仮定する．統計データの値は最大初期たわみ ϵt の分布であるため、仮定した確率分布では、 ϵ の分布する範囲は板厚ごとに異なる．

(1) 塑性座屈： $0 \leq \epsilon \leq 0.1$

感度則は、塑性座屈 ($t = 36.06 \text{ mm}$) においては、 $C_0 = 0, C_1 = 1, \rho = 2$ を適用した． C_2 は降伏応力に依存するが、定数として計算する．感度則による曲面と解析結果を図-3(a)に示す．終局強度の確率密度関数を図-4に示す． $t = 36.06$ における ϵ^2 の係数と降伏応力の関係から ϵ^2 の係数を推定して求めた、 $t = 18.04 (R_R \approx 0.4), t = 14.42 (R_R \approx 0.5)$ における、終局強度の確率密度関数を図-4(a)に示す．板厚が減少するにつれて、終局強度が低下し、ばらつきが大きくなっていることが確認できる．

(2) 弾性座屈： $0.1 \leq \epsilon \leq 1.5$

弾性座屈においては、 $\rho = 1, \rho = 2/3$ の感度則だけでは、初期不整 ϵ が大きくなると解析結果との適合が悪くなる．そこで、以下の感度則を提案する．

$$\sigma_u = C_0 + C_1 \sigma_Y + C_2 \epsilon^{\rho_1} + C_3 \epsilon^{\rho_2} + \text{高次項} \quad (6)$$

$t = 8.01, 6.56 \text{ mm}$ では $\rho_1 = 2/3, \rho_2 = 1, 5.15 \text{ mm}$ では $\rho_1 = 2/3, \rho_2 = 1$ である． C_2, C_3 は、降伏応力に依存するが、その変化量は少ないので、一定とみなせる．感度則による曲面と解析結果を図-3(b)(c)(d)に示す．感度則から計算した終局強度の確率密度関数

を図-4(b)に示す．正規分布のような確率分布になっていること、板厚の変化に対して、最頻値が減少していることが確認できる．

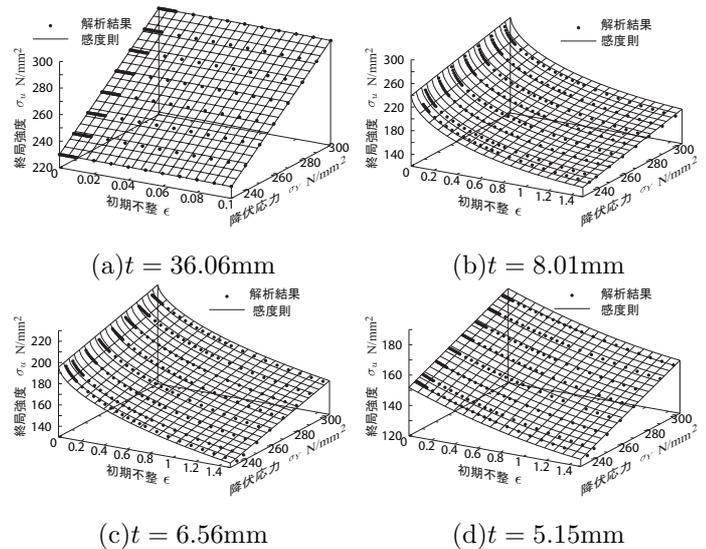


図-3 解析結果と感度則

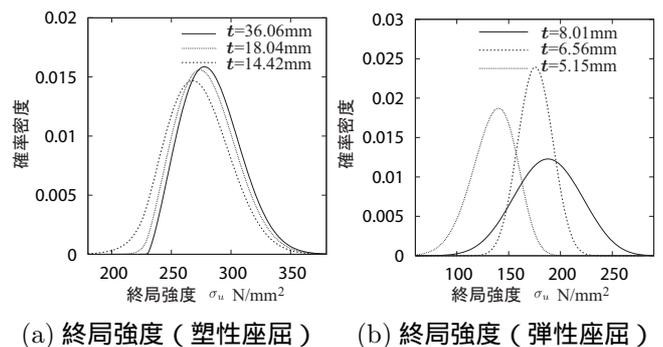


図-4 確率密度関数

4. 結論

終局強度の確率変動は、板厚の減少に対して、塑性座屈が支配的な板厚では、終局強度の最頻値が低下し、ばらつきが大きくなり、弾性座屈が支配的な板厚では、終局強度の最頻値が低下していることが確認できる．これらのことは、確率分布する初期不整を考慮することにより、初期不整感度則が板の終局強度の確率的評価に適用可能であることの一端を示すものである．

参考文献

- 1) 池田清宏, 室田一雄: 構造系の座屈と分岐, コロナ社, 2001.
- 2) 大阪市立大学橋梁工学研究室, 日本構研情報(株) 構造解析室: USSP version4.0 ユーザーズ・マニュアル, 1999.
- 3) 西村 昭: 鋼材の機械的性質のばらつきについて, 土木学会論文集, Vol. 5, NO. 48, 1969.
- 4) 日本鋼構造協会, 関西地区連絡会, 関西地区委員会, IDM 委員会: 鋼橋部材の形状初期不整と耐荷力の統計学的研究, 土木学会論文集, Vol. 16 NO. 170, 1980.