

音の伝播に気象要素を導入する試み

日本大学 正会員 ○ 野村 卓史
大日本コンサルタント株式会社 高木 耕平

1. はじめに

音の伝播に及ぼす気象要素の影響は、例えば「風上側に対して風下側で聞こえ易い」「日中と夜間とで気温の鉛直分布が逆転するために夜間にはより遠くで騒音が聞こえる」などの現象を典型とする。本研究は、このような気象要素の影響を考慮できる、音の伝播解析法を開発することを目的としている。

2. 構成した解析法

本研究では、圧縮性非粘性流体の運動方程式から誘導される、音波に関する音圧変動 p' と流速変動 \mathbf{v}' に関する次の連立偏微分方程式を基礎方程式とした¹⁾。

$$\frac{\partial p'}{\partial t} + \mathbf{v}_0 \cdot \nabla p' + \mathbf{v}' \cdot \nabla p_0 + \rho_0 c^2 \nabla \cdot \mathbf{v}' + c^2 p' \nabla \cdot \frac{\mathbf{v}_0}{c^2} = 0 \quad (1)$$

$$\frac{\partial \mathbf{v}'}{\partial t} + \mathbf{v}_0 \cdot \nabla \mathbf{v}' + (\mathbf{v}' \cdot \nabla) \mathbf{v}_0 + \frac{1}{\rho_0} \nabla p' - \frac{p'}{(\rho_0 c)^2} \nabla p_0 = 0 \quad (2)$$

ここで添え字 0 を付けた量は媒質である空気の状態と運動を表す量で、 ρ_0 は密度、 \mathbf{v}_0 は流速ベクトル、 p_0 は気圧分布である。また c は音速である。 ρ_0 , \mathbf{v}_0 , p_0 , c は定常量と仮定する。すなわち \mathbf{v}_0 は定常風分布を表している。

式(1), (2)に対して Galerkin 法に基づく有限要素法を適用し、音圧 p' と流速変動 \mathbf{v}' を節点変数とする線形三角形要素で離散化する。なお \mathbf{v}_0 , p_0 は要素内線形分布、 ρ_0 , c は要素内一定分布とした。その結果、次の1階線形連立常微分方程式が得られる。ここで $\bar{\mathbf{p}}, \bar{\mathbf{v}}$ は音圧、および流速の節点変数のベクトル、 $\mathbf{M}_p, \mathbf{M}_v$ は質量マトリックスである。また $\mathbf{A}_{pp}, \mathbf{A}_{pv}, \mathbf{A}_{vp}, \mathbf{A}_{vv}$ は非対称定数係数マトリックスである

$$\begin{bmatrix} \mathbf{M}_p & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{M}_v \end{bmatrix} \frac{d}{dt} \begin{Bmatrix} \bar{\mathbf{p}} \\ \bar{\mathbf{v}} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{A}_{pp} & \mathbf{A}_{pv} \\ \mathbf{A}_{vp} & \mathbf{A}_{vv} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \bar{\mathbf{p}} \\ \bar{\mathbf{v}} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \mathbf{0} \\ \mathbf{0} \end{Bmatrix} \quad (3)$$

時間積分法には Crank-Nicolson 法と後退 Euler 法を適用し比較したが、音圧値と位相評価にほとんど差がないものの、Crank-Nicolson 法では空間的な数値振動が生じる傾向があるため後退 Euler 法を採用した。

計算境界を音波が透過するための透過境界条件として、本研究では Mur の方法²⁾を採用し、風速の影響を導入する形に修正して適用した。本研究で適用した透過境界条件は次式で表される。

$$\frac{1}{(c \pm \hat{v}_0)} \frac{\partial \phi}{\partial t} + \frac{\partial \phi}{\partial n} = 0 \quad (4)$$

ここで ϕ は境界を透過する音波を記述する変数 p' , \mathbf{v}' の両方あるいはいずれか片方に対応する。第2項の n は境界直交方向を表し、第1項分母の \hat{v}_0 は境界直交方向の風速成分である。正号は \hat{v}_0 が境界から外向きの場合に対応し、負号は境界から内向きの場合に対応する。

3. 音速分布による音波の屈折

音の伝播に及ぼす気象要因の一つは、高さ方向の温度分布に起因する音波の屈折である。音速 c が温度の関数なので、温度分布は音速分布に置き換えることができる。音場の条件は、無風 ($\mathbf{v}_0 = \mathbf{0}$)、単位密度 ($\rho_0 = 1.0$)、圧力勾配ゼロ ($p_0 = 0$) として、音速 c は上下方向に線形な分布を与えた。解析領域は辺長の無次元長さ 4.0 の

キーワード：音，有限要素法，気象要素

連絡先：〒101-8308 東京都千代田区神田駿河台 1-8-14 日本大学理工学部土木工学科 TEL 03-3259-0411

正方形領域で、大きさが同一の三角形要素 20,000 個 (100 × 100 × 2) によって図 1 に示したパターンで分割した。境界条件は 4 辺とも透過境界条件とした。初期音圧分布として、解析領域の中心に Cos 関数を回転させた錐形の分布を与えた。分布の直径は 0.24 で、6 要素 × 6 要素の範囲の節点値として与えている。時間積分間隔は無次元時間で $\Delta t=0.01$ である。

解析結果を図 2(a), 2(b) に示す。上方ほど音速が早いことから上下方向の音波の伝播距離に差が生じ、あわせて連続的な屈折の効果により、上方ほど波面が広がる傾向が得られている。この解析の透過境界条件として、式(4)の変数 ϕ に、①音圧のみを用いる場合、②境界直交流速のみを用いる場合、③両方に式(4)を適用する場合、の 3 通りの方法を試みたが、いずれも図 2(b)に示すように音波は計算境界を透過した。

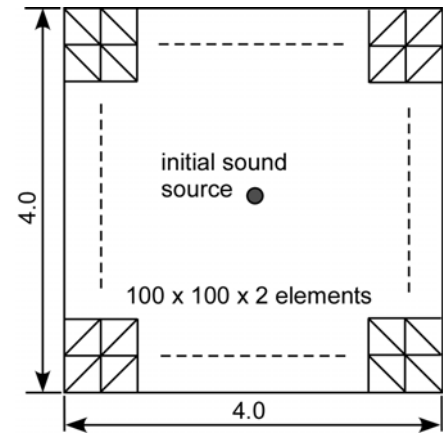


図 1 解析領域と有限要素メッシュ

4. 等分布の風の中での音の伝播

一定分布の風が吹いているときの音の伝播解析を行った。解析モデルは図 1 と同じである。風速の大きさは音速の 0.2 倍とした。風速以外の音場の条件は、単位密度 ($\rho_0 = 1.0$)、圧力勾配ゼロ ($p_0 = 0$) とし、音速は一定 ($c = 1.0$) とした。図 3 は無次元時間 $t=1.0$ のときの音圧分布である。風下側の領域では見かけの音速 $c = 1.2$ で音が伝播し、風上側の領域では見かけの音速 $c = 0.8$ で音が伝播しており、妥当な結果が得られている。

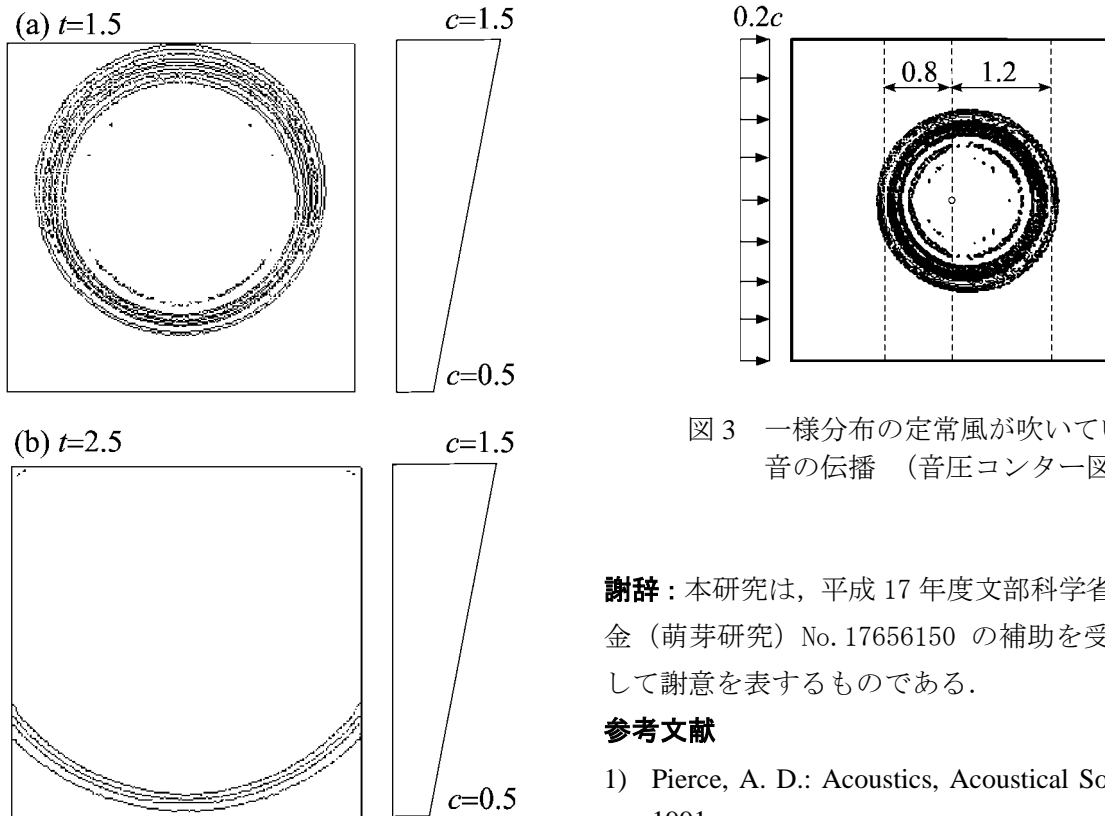


図 3 一様分布の定常風が吹いているときの音の伝播（音圧コンター図）[$t=1.0$]

図 2 音速が線形分布する媒質内の屈折

謝辞：本研究は、平成 17 年度文部科学省科学研究費補助金（萌芽研究）No. 17656150 の補助を受けて行った。記して謝意を表するものである。

参考文献

- 1) Pierce, A. D.: Acoustics, Acoustical Society of America, 1991.
- 2) 宇野亨：FDTD 法による電磁界およびアンテナ解析，コロナ社，1998