

並列計算を考慮した動的緩和法による弾塑性有限要素解析

JIP テクノサイエンス	正会員	竹原 和夫
関西大学工学部	フェロー	三上 市藏
関西大学大学院	学生員	宮辻 和宏
関西大学工学部	非会員	二宮 淳

1. まえがき

近年の計算機と有限要素法に基づく構造解析ソフトウェアの著しい進歩により部材のみならず、構造物の終局挙動はかなりの部分が数値計算により直接評価が可能になってきている<sup>1)</sup>。構造物の終局挙動はその非線形挙動に起因しており、幾何学的非線形解析や材料非線形解析、複合非線形解析や耐荷力解析などがこれに相当する。最近では非線形解析を実務設計に導入する傾向もみられるが、モデル化、要素分割、増分量、収束計算の許容誤差に影響を受けるため、妥当な解析ソフトウェアであっても正確な解を得ることはできない。特に適切な荷重増分量を設定することは容易ではなく、小さくすると解は得られるものの多大な解析時間を要したり、逆に大きくすると収束性が悪くなり解が得られない場合もある。

動的緩和法はひずみや応力の調整を時間による繰返しに代用させることから、非線形解析に関する種々の研究<sup>2)</sup>や並列計算に適用する試み<sup>3)</sup>が行われている。本研究では種々の非線形性に対応できる PC クラスタ型並列計算システムの構築を目的とし、その第一段階として場に関する離散化に有限要素法を用いた動的緩和法に Drucker-Prager の構成則<sup>4)</sup>を導入することで弾塑性解析を試みる。さらに本プログラムを並列計算機に実装して実構造物の並列弾塑性解析を行い、その台数効果から本解析手法の有効性を示す。

2. 数値計算手法

要素は8節点6面体要素とし、解析対象を図-1に示すように添字  $m$  を用いて  $\Omega_m$  と  $\Omega_{m+1}$  に分割する。節点  $n$  における  $x, y, z$  方向の増分変位を  $\{\Delta\delta\}_n = \{\Delta\delta_x, \Delta\delta_y, \Delta\delta_z\}_n$ 、作用外力増分を  $\{\Delta f_{g,ext}\}_n = \{\Delta f_x, \Delta f_y, \Delta f_z\}_n$  とする。時間は間隔  $\Delta t$  で分割する。まず要素に対して有限要素法の考え方から剛性マトリクス  $[K_e]$  を求める。

$$[K_e] = \int \int \int [B]^T [D] [B] dV \dots\dots\dots (1)$$

ここで Drucker-Prager の降伏関数<sup>4)</sup>  $f = \alpha I_1 + \sqrt{J_2} - \kappa - k = 0$  を考慮し、関連流れ則を考えると、次のような弾塑性材料剛性マトリクス  $[D_{ep}]$  が得られ、さらに繰返計算に用いる  $[D]$  マトリクスは次式のようになる。

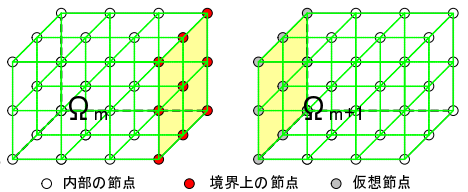


図-1 領域分割

$$[D_{ep}] = [D_e] - \frac{[D_e] \left( \frac{\partial f}{\partial \sigma} \right) \left( \frac{\partial f}{\partial \sigma} \right)^T [D_e]}{h + \left( \frac{\partial f}{\partial \sigma} \right)^T [D_e] \left( \frac{\partial f}{\partial \sigma} \right)} \quad [D] = r[D_e] + (1-r)[D_{ep}] \quad (2)$$

ここで  $[D_e]$  は弾性材料剛性マトリクス、 $r$  はスケールファクター<sup>4)</sup>である。次に時刻  $(p-1/2)\Delta t$  において  $[K_e]$  に  $\{\Delta\delta\}_n$  を乗じ各要素毎の節点力増分  $\{\Delta f_{e,int}\}_n$  を求める。

$$\{\Delta f_{e,int}\}_{n,p-1/2} = [K_e] \{\Delta\delta\}_{n,p-1/2} \dots\dots\dots (3)$$

並列計算を行うため領域  $\Omega_m$  と  $\Omega_{m+1}$  に式(3)を適用して、節点力増分  $\{\Delta f_{g,int}\}_{\Omega_m}$  と  $\{\Delta f_{g,int}\}_{\Omega_{m+1}}$  を得る。このとき境界上に図-1に示すような仮想節点(添字  $n, dble$ )を生成し、 $\Omega_{m+1}$  側の繰返計算に用いる。

$$\left\{ \begin{array}{l} \{\Delta f_{g,int}\}_{n,p-1/2} \\ \{\Delta f_{g,int}\}_{n,bou,p-1/2} \end{array} \right\}_{\Omega_m} = \sum_{\Omega_m} \{\Delta f_{e,int}\}_{n,p-1/2} \left\{ \begin{array}{l} \{\Delta f_{g,int}\}_{n,p-1/2} \\ \{\Delta f_{g,int}\}_{n,dble,p-1/2} \end{array} \right\}_{\Omega_{m+1}} = \sum_{\Omega_{m+1}} \{\Delta f_{e,int}\}_{n,p-1/2} \quad (4)$$

キーワード: 並列計算, 弾塑性, 動的緩和法, 有限要素法  
 連絡先: 〒 532-0011 大阪市淀川区西中島 2-12-11 Tel 06-6307-5462/ Fax 06-6305-1968

節点  $n$  のつりあいに慣性項と減衰項を付加し，変形すると次式が得られる．

$$\left\{ \dot{\Delta\delta} \right\}_{n,p} = \frac{1}{1 + 0.5C \frac{\Delta t}{m}} \cdot \left[ \left( 1 - 0.5C \frac{\Delta t}{m} \right) \left\{ \dot{\Delta\delta} \right\}_{n,p-1/2} + \frac{\Delta t}{m} \left( \left\{ \Delta f_{g,ext} \right\}_{n,p-1/2} - \left\{ \Delta f_{g,int} \right\}_{n,p-1/2} \right) \right] \quad (5)$$

ここに  $m$  は質量， $C$  は減衰係数である．次に変位速度  $\left\{ \dot{\delta} \right\}_n$  を時刻  $p$  において中央差分表示し，変形すると次式が得られる．

$$\left\{ \Delta\delta \right\}_{n,p+1/2} = \left\{ \Delta\delta \right\}_{n,p-1/2} + \Delta t \left\{ \dot{\Delta\delta} \right\}_{n,p} \dots\dots\dots (6)$$

最後に境界上の節点変位  $\left\{ \Delta\delta \right\}_{n,bou}$  と  $\left\{ \Delta\delta \right\}_{n,dblc}$  の更新を行う．更新は境界上の節点変位のみを通信し，両者の平均を用いる方法とする．

$$\left\{ \Delta\delta \right\}_{n,p+1/2} = \frac{\left\{ \Delta\delta \right\}_{n,bou,\Omega_m} + \left\{ \Delta\delta \right\}_{n,dblc,\Omega_{m+1}}}{2} \dots\dots\dots (7)$$

通信には mpi を用いた．また今回はテンションカットオフやひび割れによる剛性低下を考慮していない．

3. 解析プログラムの検証

文献<sup>4)</sup>に示す1要素モデルを用いて，導入した構成則の検証を行った．粘着力  $c$  は  $10(N/mm^2)$ ，摩擦角  $\phi$  は  $20^\circ$  とし，圧縮強度  $f_c$  は  $30(N/mm^2)$  とした．応力-ひずみ関係は文献<sup>5)</sup>に従い二次放物線とした．本解法のパラメータとしては  $m$  は  $1$ ， $\Delta t$  は  $1.0e-4$ ， $C$  は  $1000$  を用いた．本解法と汎用ソフトウェア DIANA<sup>6)</sup> との比較および非線形ステップと反復回数と関係を図-2 に示す．これより両者はよく一致していることがわかる．また塑性域になるほど多くの反復回数が必要なことがわかる．

4. 数値計算結果

図-3 に解析モデルを示す．節点数は  $1760$ ，要素数は  $790$  で，荷重は変位制御とした．並列計算のための領域分割は長手方向に分割する方法とした．ハードウェアには SCore 5.6.1 を搭載した PC クラスタ型並列計算機<sup>3)</sup>を用い，並列台数が  $4$  台と  $8$  台について試算した．式 (1) ~ 式 (7) を繰返し解が収束するまでを  $1$  ステップとし，非線形解析  $10$  ステップまでの反復回数を図-4 に示す．これより台数増加に伴って反復回数が減少していることから，台数効果が得られていることがわかる．なおこのときの並列化効率を図-5 に示すが，必ずしも有効な並列化効率とはいえない．これは動的緩和法の繰返計算ごとに mpi 通信が行われていることによるもので，今後これを修正し並列化向上を図りたい．

5. あとがき

詳細は講演当日に譲る．

参考文献

- 1) 宇佐美勉編：座屈設計ガイドライン 改訂第2版 [2005年版]，土木学会，2005.9.
- 2) 三上市藏，田中克弘：ベクトル計算機を用いた円筒パネルの弾塑性有限変位解析，構造工学論文集，土木学会，Vol.33A，1987.3.
- 3) 三上市藏，竹原和夫，濱谷秀一：有限要素法を適用した動的緩和法による PC クラスタ型並列計算手法における計算時間と通信時間，平成16年度土木学会関西支部年次学術講演会概要集，土木学会，2004.5.
- 4) W.F.Chen：Plasticity in Reinforced Concrete, McGraw-Hill, 1982.
- 5) コンクリート標準示方書 [構造性能照査編]，土木学会，2002.
- 6) TNO Building and Construction Research, DIANA User's Manual Release 8.1, 2002.

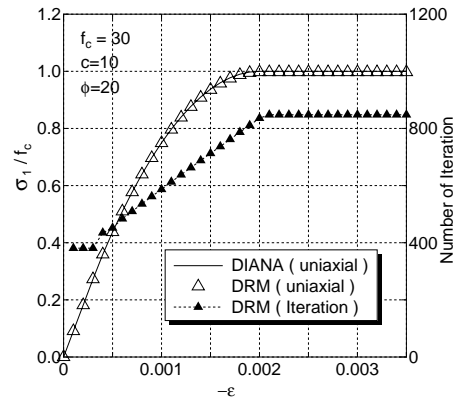


図-2 解析プログラムの検証

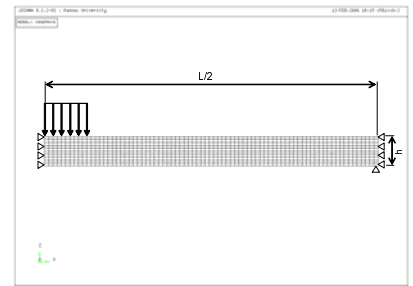


図-3 解析モデル

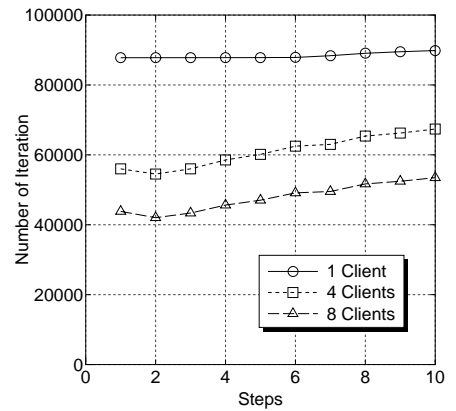


図-4 非線形ステップと反復回数

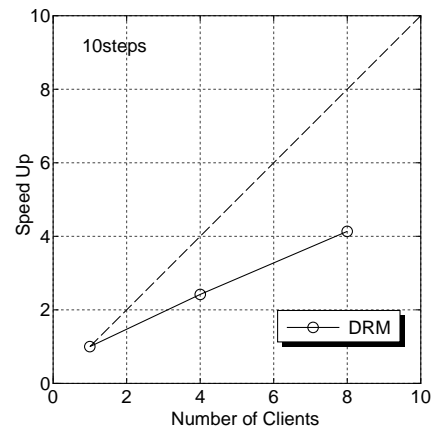


図-5 並列化効率