ハイブリッド型ペナルティ法による斜面上の支持力解析

ジェイアール総研情報システム　正会員　○大木　裕久
法政大学　正会員　竹内　則雄
法政大学　正会員　草深　守人

１．はじめに

斜面法肩に構造物を施工する場合，支持力の検討を行う必要がある[1]．しかし，多くの解析手法はすべり等の不連続性の概念を表現するのは困難である．不連続の解析手法である剛体-ばねモデル(RBSM)は，要素を剛体と仮定しているため要素内での塑性条件は考慮されていない. 一方, ハイブリッド型ペナルティ法(HPM:Hybrid-type Penalty Method)[2]では要素内剛性が評価されるため，要素境界辺での破壊に加えて要素内降伏を考慮されている．そこで本研究では，不連続問題の解析手法である HPM に着目して斜面の支持力問題に関しての有効性を検証する．

２．ハイブリッド型ペナルティ法の定式化

図 1 に示す領域Ωは閉境界$\Gamma^{(e)}$で囲まれたM個の部分領域$\Omega^{(e)}$から構成されている．この時，幾何学的境界条件を満たす仮想変位δuを乗じて領域Ωについて積分し，ガウスの発散定理を用い, 各部分領域の和として仮想仕事式を表す. また, 隣接する 2 つの部分領域$\Omega^{(a)}$と$\Omega^{(b)}$の共通の境界を$\Gamma_{<ab>}$とすると，ハイブリッド型の仮想仕事式は，境界において付帯条件を Lagrange の未定乗数$\boldsymbol{\lambda}$を用いて表すと式(1)のようになる．ここで，$u^{(a)}_{<ab>}$ならびに$u^{(b)}_{<ab>}$は各部分領域における境界$\Gamma_{<ab>}$上の変位を表している．

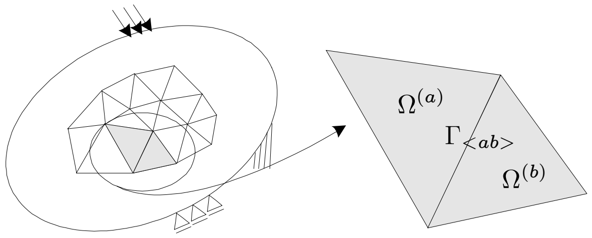

図１　部分領域とその境界

$$\sum_{e=1}^{M}\left(\int_{\Omega^{(e)}}[\boldsymbol{L}\delta\boldsymbol{u}]^t\boldsymbol{D}[\boldsymbol{L}\boldsymbol{u}]d\Omega-\int_{\Omega^{(e)}}\delta\boldsymbol{u}^t\boldsymbol{f}d\Omega-\int_{\Gamma_{<s>}}\delta\boldsymbol{u}^t\boldsymbol{T}d\Gamma\right)-\sum_{s=1}^{N}\left(\delta\int_{\Gamma_{<ab>}}\boldsymbol{\lambda}^t(\boldsymbol{u}^{(a)}_{<ab>}-\boldsymbol{u}^{(b)}_{<ab>})d\Gamma\right)=0 \tag{1}$$

本手法では，部分領域$\Omega^{(e)}$内のある 1 点における剛体変位，剛体回転$\boldsymbol{d}^{(e)}$に加え，直接，部分領域内で一定なひずみ$\boldsymbol{\varepsilon}^{(e)}$を用いて式(2)のような線形変位場を仮定する．ここで，上付きの(e)は部分領域を意味する．

$$\boldsymbol{u}^{(e)}=\boldsymbol{N}_d{}^{(e)}\boldsymbol{d}^{(e)}+\boldsymbol{N}_\varepsilon{}^{(e)}\boldsymbol{\varepsilon}^{(e)} \tag{2}$$

一方，Lagrange の未定乗数は，物理的には表面力を意味している．いま，境界$\Gamma_{<ab>}$上の表面力$\boldsymbol{\lambda}_{<ab>}$と相対変位の関係を式(3)のように表す．ここで，$\boldsymbol{\delta}_{<ab>}$は部分領域境界面$\Gamma_{<ab>}$上の相対変位を表しており，$\boldsymbol{k}$ ははばね定数に対応する係数行列である．ハイブリッド型の仮想仕事式では，近似的に部分領域境界面上で変位の連続性を確保するため，極めて堅いばねを設ける必要があり，本手法では，ばね定数をペナルティ関数と考える．

$$\boldsymbol{\lambda}_{<ab>}=\boldsymbol{k}\cdot\boldsymbol{\delta}_{<ab>} \tag{3}$$

離散化方程式は，式(1)に対して，式(2)で示す線形変位場の関係を代入することによって得られる．この関係を整理すると式(4)のようにまとめることができる．このように，最終的に連立 1 次方程式に帰着し，左辺の係数行列$\boldsymbol{K}$は各部分領域の剛性と部分領域境界面に関する付帯条件の関係を組み合わせることによって得られる．

$$\delta\boldsymbol{U}^t\left(\sum_{e=1}^{M}\boldsymbol{K}^{(e)}+\sum_{s=1}^{N}\boldsymbol{K}_{<s>}\right)\boldsymbol{U}-\delta\boldsymbol{U}^t\left(\sum_{e=1}^{M}\boldsymbol{P}^{(e)}\right)=0 \quad\rightarrow\quad \boldsymbol{KU}=\boldsymbol{P} \tag{4}$$

キーワード：ハイブリット型ペナルティ法，要素内降伏，支持力解析
〒186-0001　東京都国立市北 1-7-23

３．数値解析例

図 2 は解析モデル図であり，節点数 263，要素数 497 である．解析を行った斜面は文献[1]にしたがい法面勾配 1:1.5 とし，載荷部での局所破壊を防ぐために載荷板の剛性をあげている．境界条件として，底部を水平方向・鉛直方向に固定し，右端の側面については水平方向のみ拘束した．さらに載荷方法に関しては載荷板に対して荷重制御とする．また，本解析モデルでは物体力を考慮する．

表 1 は本研究に用いた材料定数である．

図 3 は荷重沈下曲線を示したものである．実線が HPM，二点破線が RBSM[3]，点線黒丸が実験値を示している．各崩壊荷重値は RBSM が 108.33kN，実験値が 93.3kN であり，HPM は 91.7kN であり，本手法と RBSM は荷重沈下曲線に関して類似した傾向を示した．また，本手法による崩壊荷重値は実験に近い値であった．

図 4，5 は 60kN 時ならびに崩壊荷重時における破壊パターンを表したものである．図中の実線はすべり線であり，網掛け部は要素降伏を示している．図 4 よりすべり線に関しては載荷板直下より境界底部に向かって破壊が進行しており，要素内の塑性領域は載荷板付近で発生しているのがわかる．また，図 5 について図 4 同様に載荷板付近で発生したすべりは載荷板直下への進展後，のり面方向に破壊が進展した．また，要素内の塑性領域に関しては，のり面に向かって全体的に広がる傾向を示した．

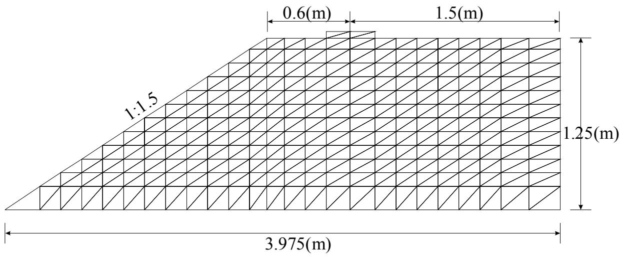

図 2　解析モデル図

表 1　材料定数

弾性係数(kN/m^2)	6000
ポアソン比	0.35
粘着力(kN/m^2)	17.5
内部摩擦角(°)	25
単位体積重量(kN/m^3)	0.0

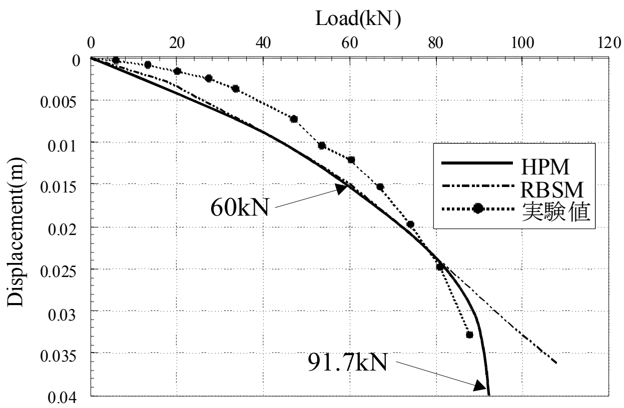

図 3　荷重沈下曲線

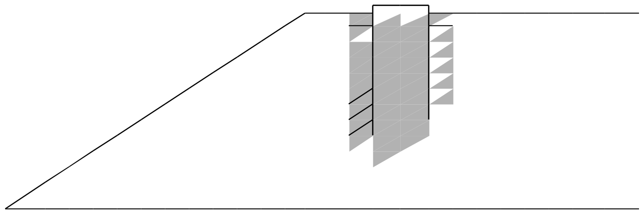

図 4　破壊パターン（60kN）

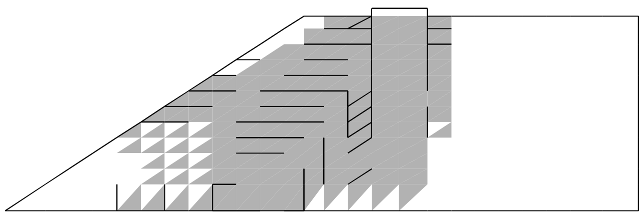

図 5　破壊パターン（91.7kN 崩壊荷重）

４．まとめ

本研究では，不連続問題の解析に優れているハイブリッド型ペナルティ法に着目し，物体力を考慮して斜面の支持力解析を行った．その結果，荷重沈下曲線ならびに破壊の進展図より実験値，RBSM 解と類似する傾向が得られた．つまり，本手法は斜面上の支持力解析において有効な手法であると考えられる．

参考文献

[1]後藤哲雄，香川和夫：帯荷重による斜面の応力，変形とその解析，第 9 回土質工学研究発表会，pp629-632,1974

[2]竹内則雄，大木裕久，上林厚志，草深守人：ハイブリッド型変位モデルにペナルティ法を適用した離散化モデルによる材料非線形解析，日本計算工学論文集，Vol.3, pp.53-62 (Transactions of JSCES, Paper No.20010002) ,2001

[3]竹内則雄，波田光敬，川井忠彦：新離散化モデルによる地盤基礎の極限解析（その 7）―斜面の支持力―，生産研究 33 巻 7 号，pp317-320, 1981