

# 定型メッシュを用いた不連続面進展のための有限被覆法

東北大学大学院 学生員 車谷 麻緒  
東北大学大学院 正 員 寺田賢二郎

## 1. はじめに

コンクリートなどの非均質脆性材料の力学応答を評価するには、複雑な非均質構造のモデル化やその連続体解析に加えて、材料界面での剥離やひび割れ進展をシミュレートする必要がある。他方、近年では有限被覆法 (FCM)<sup>1), 2)</sup> や X-FEM<sup>3)</sup> などの一般化有限要素法が提案され、メッシュの境界と解析対象の幾何形状とを一致させなくてもよい解析手法が研究されている。

そこで本研究では、有限被覆法と定型メッシュを用いて非均質材料のモデル化から任意のひび割れ進展までを追跡可能な解析システムを開発する。また実装に際して、材料界面での力学挙動に対して界面要素を、ひび割れ先端での力学挙動に対して Cohesive crack モデル<sup>2, 4)</sup> を導入する。

## 2. FCMを用いた定型メッシュ解析システム

### 2.1 FCMの概説とメッシュフリーの性質

FCMでは、解析対象と支配方程式の分割と再構築という点ではFEMと同様であるが、「近似関数が定義される数学的部分領域(数学領域)」と「支配方程式が満たされるべき物理的部分領域(物理領域)」を分離して考えるという点でFEMとは大きく異なる。この性質に従えば、FCMにおけるメッシュ生成は図-1に示されるように、解析対象の幾何形状の認識と定型の格子メッシュを配置するだけでよい。さらに、ひび割れ進展問題においては、定型メッシュの空間的位置は変更することなく、ひび割れ進展に伴う物理領域の再定義をするだけでよい。したがって、図-2に示されるように、ひび割れの追跡と同時に物理領域の再定義を各解析ステップで行うことにより、一貫してメッシュによる束縛を受けない解析が実現される。

### 2.2 多重被覆解析システム

FCMと定型メッシュを用いて非均質材料をモデル化するには、図-1のようにメッシュ層(被覆層)を設けることになる。いま、図-3を例に同図(b)のように2層の定型メッシュを用いると、介在物AとBおよびCが共通の自由度を持つために2層目で重複する可能性がある。したがって、介在物同士が隣接する際は、被覆層を適宜増やしていく必要があり、この例の場合は同図(c)のように3層目を追加することになる。本研究では、レベルセット関数を併用して被覆層の数に制限されないシステムを作成した。

### 2.3 ひび割れ進展解析

ひび割れ進展に伴う力学応答として、本研究では次式に示す Cohesive crack モデル<sup>2, 4)</sup> を導入する。

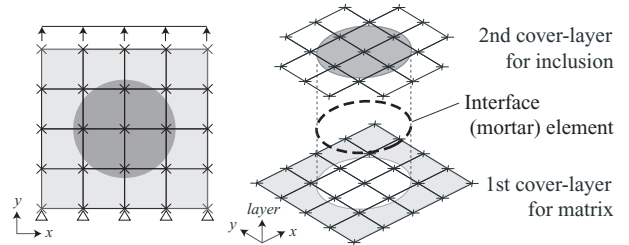


図-1 非均質構造に対する有限被覆モデル

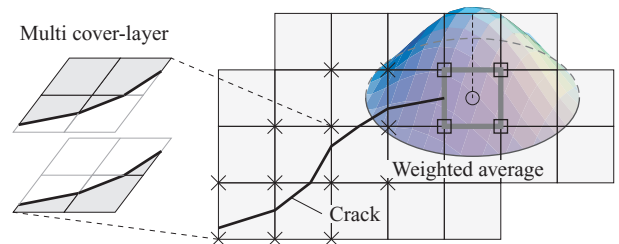


図-2 ひび割れ進展解析の詳細

$$\|t^{\text{coh}}\| - f_t \exp\left(-\frac{f_t}{G_f} \kappa\right) \leq 0 \quad (1)$$

ここで、 $f_t$  は引張り強度、 $G_f$  は破壊エネルギー、 $\kappa$  は載荷履歴における最大開口変位である。本研究では図-2に示されるように、ひび割れに関連する被覆内で重み付き平均して得られる最大引張り主応力を破壊判定に用い、これと直角する方向をひび割れ進展方向と定義する。また、ひび割れの進展は要素単位の変位制御型で行うものとする。

### 2.4 非均質材料の解析

定型メッシュによるFCMでは、材料界面上に節点が配置されるとは限らないため、Lagrange 未定乗数法に基づく界面要素を用いて界面での連続条件を満足させる<sup>1)</sup>。その弱形式の支配方程式は次式となる。

$$\int_{\Omega} \nabla \delta u : c : \nabla u d\Omega + \int_{\Gamma^{[1-2]}} (\delta u^{[1]} - \delta u^{[2]}) \cdot \lambda d\Gamma = \int_{\Omega} \delta u \cdot \bar{b} d\Omega + \int_{\Gamma_i} \delta u \cdot \bar{i} d\Gamma + \int_{\Gamma_g} \delta g \cdot t d\Gamma, \quad (2)$$

$$\int_{\Gamma^{[1-2]}} \delta \lambda \cdot (u^{[1]} - u^{[2]}) d\Gamma = 0 \quad (3)$$

ここで、 $u$  は変位、 $\lambda$  は Lagrange 未定乗数、 $c$  は弾性テンソル、 $\bar{i}$  は表面力、 $\bar{b}$  は物体力、 $g$  は不連続面での相対変位、 $t$  は式(1)に従う表面力、 $\Omega$  は解析対象領域、 $\Gamma$  は境界であり、添え字 [1] と [2] および [1-2] は材料種別と材料境界である。

キーワード：有限被覆法，メッシュフリー，不連続面進展

〒 980-8579 仙台市青葉区荒巻字青葉 6-6-06, TEL: 022-795-7131, FAX: 022-795-7127, URL: <http://www.nde.civil.tohoku.ac.jp/>

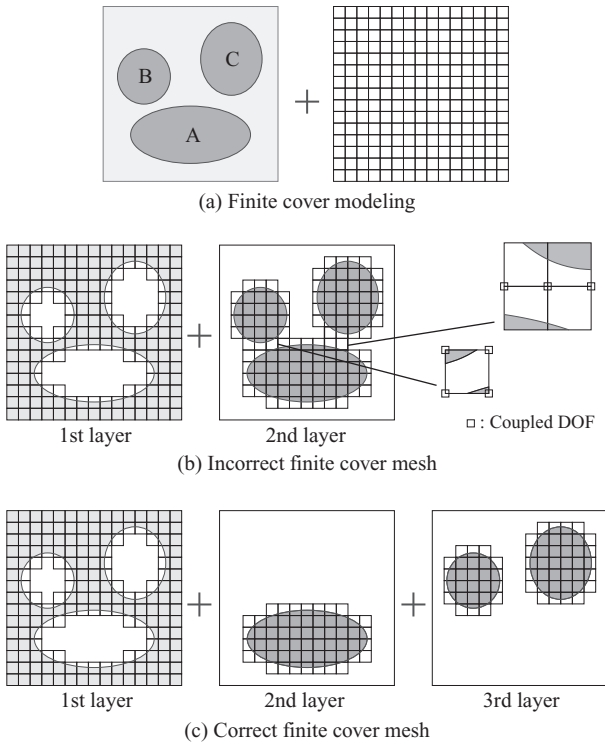


図-3 非均質材料のモデル化と被覆層

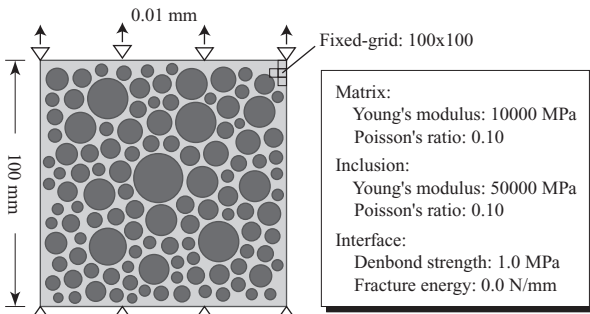


図-4 118 個の介在物を有する非均質材料

### 3. 不連続面進展の数値解析例

#### 3.1 界面剥離の進展

解析対象は、図-4に示されるような 118 個の円形介在物を有する非常に複雑な非均質材料である。この非均質材料は、引張り応答に対して界面剥離を起こすものと仮定し、平面ひずみ条件下にて変位制御で引張り载荷を行う。

はじめに、モデル化に際して本解析では 6 層の定型メッシュを用いた。次に、界面剥離を含む変形図と von-Mises 応力分布を図-5に示す。この図に示されるように、本解析手法は定型メッシュのみを用いて非常に複雑な非均質構造をモデル化できており、また材料界面での剥離挙動を容易に再現できている。

#### 3.2 ひび割れの進展

解析対象は、図-6に示される膨張性介在物を有する非均質構造である。解析条件や材料パラメータは同図の通りとし、平面ひずみ条件下にて、介在物に熱膨張問題と同様の膨張応力を与えて母材のひび割れ進展解析を行う。

解析結果として、ひび割れと von-Mises 応力分布の進展を図-7に示す。この図に示されるように、介在物の膨張に伴う母材の損傷がシミュレートできており、定型メッシュ

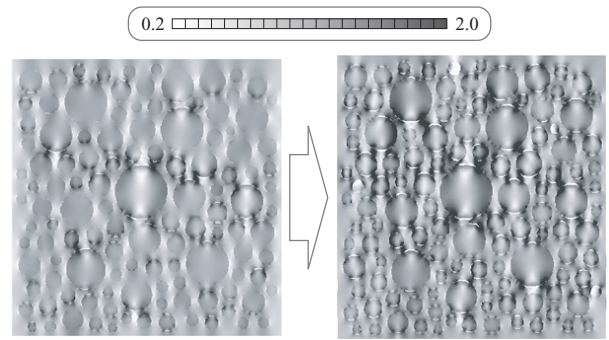


図-5 界面剥離進展と von-Mises 応力分布 (MPa)

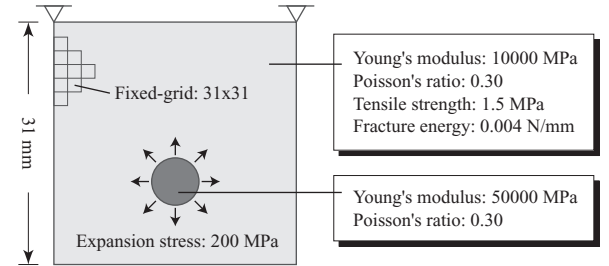


図-6 膨張性介在物を有する非均質構造

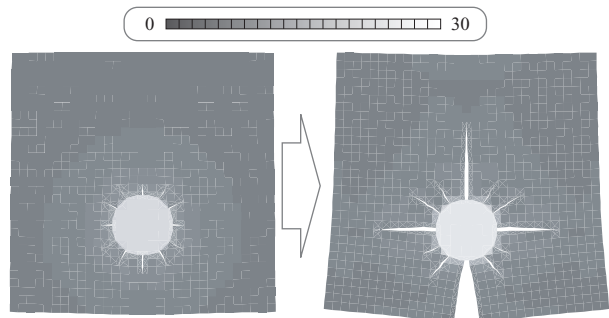


図-7 ひび割れ進展と von-Mises 応力分布 (MPa)

のみで非均質材料の解析からその複数のひび割れ進展までを一貫して適切に行えている。

### 4. おわりに

本研究では、FCM を用いて定型メッシュのみで非均質構造のモデル化およびその界面剥離やひび割れ進展を追跡可能な解析手法を開発し、数値解析例を通してその有効性を確認した。

#### 謝辞

本研究を進めるに当たり、木更津工業高等専門学校の石井建樹 講師には貴重なアドバイスをいただきました。

#### 参考文献

- 1) Kurumatani M., Terada K. : Finite cover method with mortar elements for elastoplasticity problems, *Comp. Mech.*, Vol.36, pp.45-61, 2005.
- 2) Terada K., Ishii T., Kyoya T., Kishino Y. : Finite cover method for progressive failure with cohesive zone fracture in heterogeneous solids and structures, *Comp. Mech.*, in press.
- 3) Budyn É., Zi G., Moës N., Belytschko T. : A method for multiple crack growth in brittle materials without remeshing, *Int. J. Numer. Meth. Engng.*, Vol.61, pp.1741-1770, 2004.
- 4) Wells GN., Sluys LJ. : A new method for modelling cohesive cracks using finite elements, *Int. J. Numer. Meth. Engng.*, Vol.50, pp.2667-2682, 2001.