

セルオートマトン法を用いた音の諸現象の解析

長岡技術科学大学 大学院
 タマホーム株式会社
 長岡技術科学大学 大学院
 長岡技術科学大学 環境・建設系

学生会員 ○ 富樫 孝介
 小野 泰和
 学生会員 木戸 正太
 正会員 宮木 康幸

1. 目的

昨年、筆者ら¹⁾によって作られたセルオートマトン法を用いた2次元騒音伝搬モデル(以下, CAモデル)は, 距離(幾何)減衰および回折減衰を考慮できることがわかった. そこで, 今回はCAモデルが音の干渉・ドップラー効果についても再現できるかどうかを理論解および差分法を用いた騒音伝搬モデル(以下, 差分モデル)と比較を行い検証することを目的とする.

2. CAモデル^{1),2)}

解析領域は伝搬方向によって伝搬速度が変わらないように, 縦・横ともに単位幅 dx のセルに分割する. セルの状態量はセルの種類 S ・音圧値 P ・音圧の時間変化量 G の3種類とする. ここで, セルの種類 S は媒質・壁・音源の3種類に分け, 音圧値 P および音圧の時間変化量 G は実数の音圧 [Pa] として表す. 壁セルは注目セルの音圧値を代入することで完全反射を考慮した. 近傍セルはノイマン近傍(注目セルの上下左右4セル)で定義し, 局所近傍則は以下の形で定義する.

$$P(x, t+1) = P(x, t) + G(x, t+1) \quad (1)$$

$$G(x, t+1) = G(x, t) + N \cdot c_{CA}^2 \left\{ \sum_a \frac{P(x + dx_a, t)}{N} - P(x, t) \right\} \quad (2)$$

ここで, P は音圧, t は時間, G は音圧の時間変化量, N は近傍数を表している. c_{CA} はCAにおける音の伝搬速度を表したもので, 2次元では $c_{CA} \leq 1/\sqrt{2}$ である. 添字 a は各近傍セルを表している. 式(2)は, 注目セルとその近傍セルとの音圧差を平均したものと現在の音圧の時間変化量 G^t を足し合わせたものを次の時間における音圧の時間変化量 G^{t+1} と定義し, それを注目セルの音圧値 p^t と足し合わせることで, 注目セルにおける次の時間ステップの音圧値 p^{t+1} を計算している.

3. 差分モデル³⁾

差分で用いる格子点は, CAモデルと同様に注目点とその上下左右にある4つの格子点を用いる. ただし格子点はCAモデルとの比較を行うため, CAモデルにおけるセルの中央に配置する(図-1).

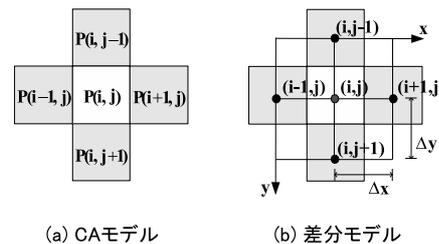


図-1 CAモデルの近傍セルと差分モデルの格子点

2次元の波動方程式は式(3)で表される.

$$\frac{\partial^2 p}{\partial t^2} = c^2 \left(\frac{\partial^2 p}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 p}{\partial y^2} \right) \quad (3)$$

式(3)より, 時間 t および空間 x, y に関して2階の中心差分近似を行って以下の差分近似式を導いた.

$$p_{i,j}^{(t+1)} = (1 - r_x^2 - r_y^2) p_{i,j}^t + \frac{r_x^2}{2} (p_{i+1,j}^t + p_{i-1,j}^t) + \frac{r_y^2}{2} (p_{i,j+1}^t + p_{i,j-1}^t) \quad (4)$$

$$r_x = c \frac{\Delta t}{\Delta x} = \frac{1}{\sqrt{2}}, \quad r_y = c \frac{\Delta t}{\Delta y} = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

ここで, p は音圧, c は定数である. また, 添字 i, j は空間 x, y 上にある任意の格子点を表す.

4. 解析

(1) 音の干渉

2系以上の音波が重畳して振幅が変化する現象を干渉という. 2つの音波が同時に伝搬するとき, 媒質の各点の振動は重ね合わせの原理によりそれぞれの音波が単独で伝わってきたときの振幅の和をとればよい⁴⁾.

ここでは, CAおよび差分モデルによる解析で得られた音圧値と重ね合わせによる音圧値を比較・検討する.

解析モデルは、縦・横2[m]、単位セル幅 $dx = 0.02$ [m] とし、音源の座標は左側 $(x, y) = (0.5, 1.0)$ [m]、右側 $(x, y) = (1.5, 1.0)$ [m] とした。時刻は 4.1×10^{-4} [sec/step]、時間ステップ数は 900[step]（解析時間=0.37[sec]）である。図-2 は、音源の周波数を左側 500[Hz]、右側:1000[Hz]として計算を行った 900 ステップ目の結果である。また、2 音源を軸として x 方向における音圧のモード形状を示したものが図-3 である。

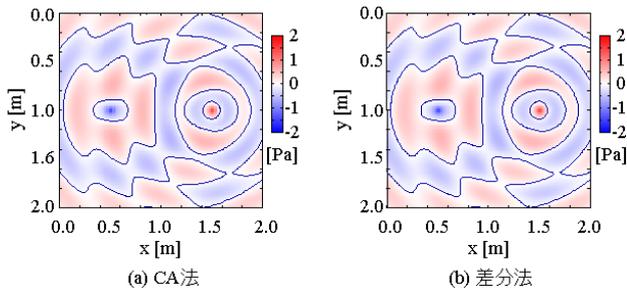


図-2 異なる周波数をもつ 2 音源の干渉

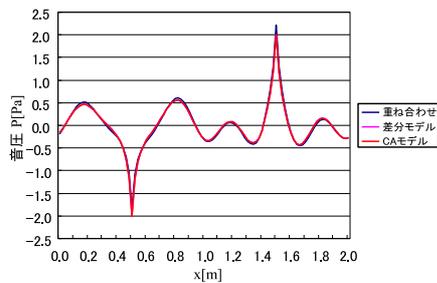


図-3 2 音源を軸としたモード形状

図-3 より、CA および差分モデルの解析結果と重ねあわせにより求めたモード形状はほぼ等しい結果が得られたことがわかる。また、図-2 より CA および差分モデルに大きな差異が無いことがわかる。そして、周波数の高い右側の音源が周波数の低い左側の音源の伝搬状況を大きく乱していることがわかる。これらの結果より、CA モデルによって音の干渉が表現できるといえる。

(2) ドップラー効果

音源と観測者の間で相対運動があるとき、両者が静止しているときとは異なる周波数の音が観測される。この現象のことをドップラー効果という。音源が移動する場合は、進行方向の音波の波長は短く、進行方向に正対する方向の音波は長くなる。このとき音源の前方の波長 λ_f および後方の波長 λ_b は、周波数 f 、音速 c 、音源の移動速度 v で示すと、

$$\lambda_f = \frac{c-v}{f}, \quad \lambda_b = \frac{c+v}{f} \quad (5)$$

と表すことが出来る⁴⁾。

ドップラー効果の再現性を検証するため、音源を移動させて CA および差分モデルにて解析を行った。解析領域は音の干渉と同じ条件とし、音源を $(x, y) = (0, 1.0)$ [m] から $(x, y) = (2.0, 1.0)$ [m] へと移動させた。音源の移動速度は、音速の 1/5, 1/2 の 2 種類について行った。CA モデルによる解析結果（音源の周波数 1000[Hz]、計算ステップ数 50[step]）を図-4 に示す。差分モデルについては、CA モデルと差異が見られなかったため省略する。また、音源の前後で得られた波長と式 (5) の計算結果より得られた波長を比較したものが表-1 である。

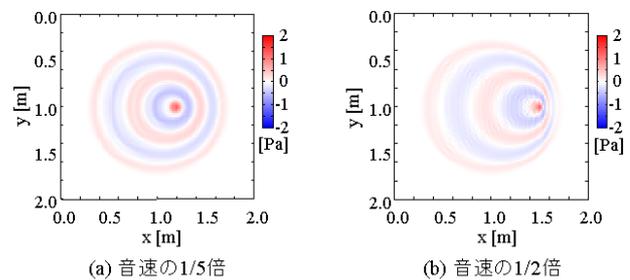


図-4 移動音源の解析結果（移動速度 左：音速の 1/5 倍，右：音速の 1/2 倍）

表-1 移動速度による波長の長さ

音源速度	計算方法	前方波長 [m]	後方波長 [m]
1/2	理論値	0.17	0.52
	CA 法	0.16	0.53
	差分法	0.16	0.54
1/5	理論値	0.27	0.41
	CA 法	0.26	0.42
	差分法	0.26	0.42

表-1 より両モデルとも理論値と非常に近い値が得られていることが分かる。これより、CA モデルによってドップラー現象を表現できたといえる。

5. 結論

以上のことから、セルオートマトン法を用いた 2 次元騒音伝搬モデルによって、音の干渉およびドップラー現象を表現することができることがわかった。

参考文献

- 1) 富樫 孝介ら:セルオートマトン法を用いた 2 次元騒音伝播モデルの開発, 土木学会年次学術講演会講演概要集, Vol.60, CD-ROM DISC2, pp371-372, 2005.
- 2) 小松崎 俊彦ら:セルラオートマトンによる波動伝播解析, Transactions of JSCEs, No.19990017, 1999.
- 3) 高見 穎郎, 河村 哲也:偏微分方程式の差分法, 東京大学基礎工学双書, 東京大学出版会, pp1-74, 1994.
- 4) 前川 純一, 森本 政之, 阪上 公博:建築・環境音響学 第 2 版, 共立出版, 2000.