

砂のせん断変形挙動の画像解析と分岐メカニズムの解明

東北大学 正会員 ○池田清宏
 東北大学 学生会員 田村 崇
 東北大学 正会員 山川優樹

1. はじめに

固体の変形における分岐は、せん断帯形成分岐と拡散型分岐とに大別される。せん断帯形成分岐とは、材料の不安定性が支配的な現象であり、拡散型分岐とは、幾何学的な不安定性が支配的な現象である。せん断帯形成分岐は、金属の塑性分岐の記述を通して体系化され¹⁾、土のせん断帯の形成の記述にも適用されている。また、拡散型分岐による変形がせん断帯を誘発するという仮説も提案されている。分岐の発現する決定的な手段として池田ら²⁾は「ブロック対角化原理」と「2重フーリエ変換」とを組み合わせた画像解析法を提案している。しかし、均質な状態から拡散型分岐が発生していることを明確に検知できる段階には至っていない。

精度が高いことで世界的に有名な Mokni and Desrues による Hostun 砂の平面ひずみ試験の画像データ³⁾に本手法を適用する。変形の進行と局所化のメカニズムを画像情報をもとに解析し、拡散型分岐の発現を特定する。

本手法で用いる画像解析手法は、砂の平面ひずみ圧縮せん断時における均質な変形状態からの拡散型分岐を、変形状態の画像のフーリエ変換によるスペクトル分解により検出し、さらに、ブロック対角化原理に基づく画像の分解により対称性の喪失に伴う分岐⁴⁾を検出するものである。

2. 数値解析における画像解析

ここで用いるデータは、山川ら⁵⁾の行った平面ひずみの弾塑性分岐挙動の数値解析によるものであり、形状比 $R = 2.25$ の矩形領域の上端に一樣な y 方向変位が与えたものである。

(1) 2重フーリエ変換による分岐 (第6分岐) の検出

今回使用した数値解析での軸ひずみの進行に伴うせん断ひずみ分布の変化を図-1(a)に示す。同図(b)はFEMの結果による拡散分岐モードである。また、図-2(a)に示すように、離散型2重フーリエ変換の結果では軸ひずみ ε_a が4.78%以降、つまり、FEM解析で拡散型分岐モードが発現した後、他の波数に比べ、波数(2,2)の振幅値が急増している。このことより、画像解析手法により検知された拡散分岐モードは図-2(a)に示すような波数(2,2)のスペクトルの組み合わせであると判断した。これは、FEM解析によって求められた拡散分岐モードと概ね一致している。フーリエスペクトルの重ね合わせにより求めた拡散分岐モードとFEMの結果である破壊形態図(図-1(a)右端23.05%)とを比較してみると、明らかにこの拡散分岐モードがその後のせん断帯の形成に関与していることが伺える。

(2) ブロック対角化原理による分岐の検出

ブロック対角化原理を用いて、拡散型分岐モードの発現による供試体の分岐を検出する。図3に示すように $\varepsilon_a = 15.91 \sim 19.71\%$ の範囲で、 π 回転対称モードが他のモードに比べて急激に増加しており、この間に分岐による対称性喪失が起きたと判断した。さらに、図-4のつり合い経路で ε_a が18%付近をみると、分岐が発生している挙動を示している。以上より、上下左右 π 回転対称モードから π 回転対称モードへと2次分岐が起きていると解釈できる。

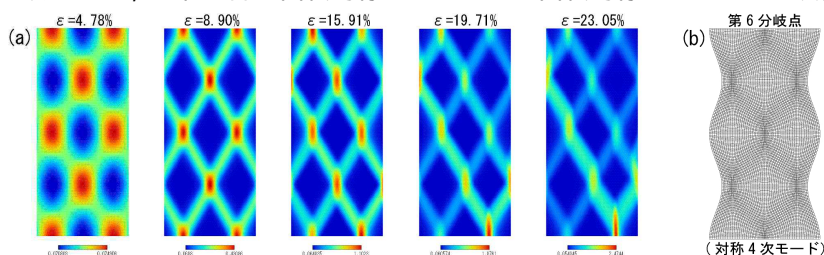


図-1 (a) 数値解析におけるせん断ひずみ分布の変化と (b) 拡散分岐モード

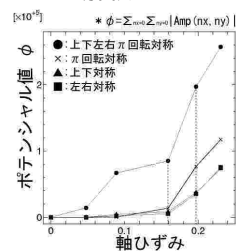


図-3 各モードの比較

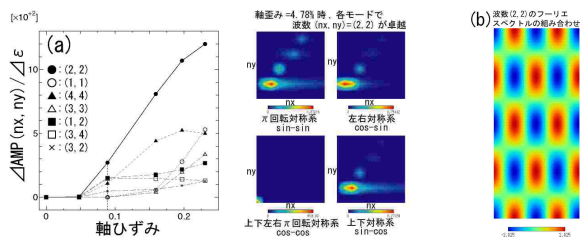


図-2 (a) 卓越した波数の移り変わり、(b) 波数(2,2)のスペクトルの組み合わせ

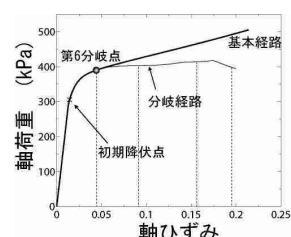


図-4 つり合い経路と分岐経路

3. 実験における画像解析

本研究で使用した実験データは Grenoble 研究所にて行われた砂の平面ひずみ試験³⁾によるものであり, Stereophotogrammetry (立体写真計測法) によって取得したせん断歪みのデータである. データ処理に先立ち, 各節点が格子状になるよう線形補間処理を施している. 本論文では, 形状比 $R = 3.36$, 非排水, 側圧一定, 載荷速度一定という条件下で, Hostun sand の平面ひずみ圧縮試験を行なった SHFND05 で収集したせん断ひずみ進行の画像情報を用いる.

(1) 離散型 2 重フーリエ変換による分岐の検出

実験における軸ひずみの進行に伴うせん断歪み分布の変化を図-5 に示す. また, フーリエスペクトル分解したときに特に卓越した振幅を示した波数の振幅増分を図-6(a) に示す. このとき, 波数 (n_x, n_y) において, 一様変形モードを大きく含むと思われる $n_x = 0$, 又は $n_y = 0$ を含むものは考慮していない. 図-6(b) より, $\varepsilon_a = 3.30\%$ 付近で, 他の波数の振幅に比べ, 波数 $(1, 2)$ が卓越してきている. さらに, 波数 $(1, 2)$ はその後も安定して上位に位置している. せん断帯を形成し始めた $\varepsilon_a = 6.64\%$ 付近でも, やはり波数 $(1, 2)$ の振幅値が卓越している (図-6(c) 参照). 以上より, 波数 $(1, 2)$ のフーリエスペクトルの重ね合わせが拡散型分岐モードである判断した. この拡散分岐モードと破壊形態図-7(b) を比較してみると, 両者のせん断帯の位置と角度は酷似していることから, 本実験において, 拡散分岐モードの発現がその後のせん断帯の形態に大きく関与していることが伺える.

(2) ブロック対角化原理による分岐の検出

図-8 に示す対称性毎に分類したスペクトルの棒グラフより, $\varepsilon_a = 4.45 \sim 6.04\%$ の範囲で左右対称モードが他のモードに比べて卓越していることが分る. 図-7(c) に $\varepsilon_a = 4.45 \sim 6.04\%$ の範囲での左右対称モードを示す. 以上より, この範囲で上下左右 π 回転対称モードから左右対称モードへ分岐が起きたと判断した. その後, ε_a が 6.64% を超えたあたりでせん断帯が形成された.

4. 結論

本研究では, 砂のせん断試験において, 荷重のピークを迎える以前に, 拡散型分岐が発現することの実践的な検証に世界で初めて成功し, 拡散型分岐がその後のせん断帯の形成に大きく関わっていることを確認した. 又, ブロック対角化原理によって分解された 4 つのモードの振幅の値を比較することで, 2 次分岐が起きていることも確認できた.

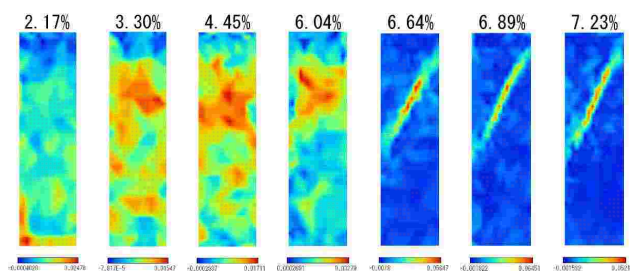


図-5 実験におけるせん断歪み分布の変化

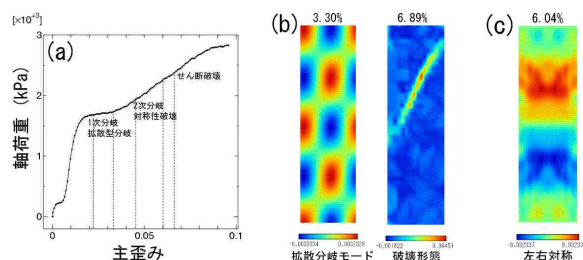


図-7 (a) 分岐経路, (b) 拡散分岐モードと破壊形態の比較, (c) 第 2 分岐で卓越した左右対称分岐モード

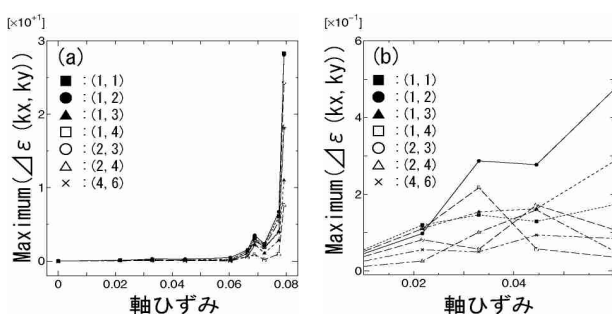


図-6 (a) 各波数の振幅の移り変わりと (b) その拡大図

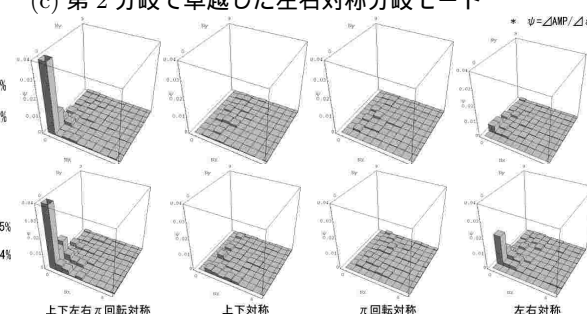


図-8 左右対称分岐モードの発生

参考文献

- 1) R. Hill and J. W. Hutchinson: Bifurcation phenomena in the plane tension test. *J. Mech. Phys. Solids*, Vol. 23, pp. 239-264, 1975.
- 2) K. Ikeda, H. Sasaki and T. Ichimura: Diffuse mode bifurcation of soil causing vortex-like shear investigated by group-theoretic image analysis. *J. Mech. Phys. Solids*, Vol. 54, pp. 310-339, 2006.
- 3) M. Mokni and J. Desrues: Strain localization measurements in undrained plain-strain biaxial tests on Hostun RF sand. *Mech. Cohes.-Fric. Master*, Vol. 4, pp. 419-441, 1998.
- 4) K. Ikeda and K. Murota: *Imperfect Bifurcation Phenomena in Structures and Materials, —An Engineering Use of Group-theoretic Bifurcation Theory.* Appl. Math. Sci. Ser. 149, Springer, NY, 2002.
- 5) 山川 優樹 他: 圧縮場における弾塑性体の分岐解析とパスジャンプ挙動. 土木学会論文集, No. 701/III-58, pp. 73-86, 2002.