

二次元浅水流の保存型 CIP 陽解法の構築と検証

広島大学大学院

正会員 ○内田龍彦, 河原能久

1. 序論

近年, 計算機能力の向上に伴い様々な高度な数値流体解析法が提案されており, 局所的な流れにおいては気相, 液相, 固相を有する三次元解析が可能となりつつある. 一方, 水工学の分野では, 河川流や氾濫流解析など広範囲の場の流れを対象とすることが多く, 浅水流方程式に基づく二次元解析の重要性は依然として高い. 二次元解析においては地盤高の評価が重要であるが, 多くの解析法では各評価点の物理量の内挿に伴い, 解析で評価している地盤高はかなり平滑化されてしまう問題がある. 本研究ではこれを解決するために高精度移流解法として近年発達してきた CIP 法¹⁾に着目する. 現状では CIP 法の浅水流方程式への応用は少ない. これは, 提案された当初の CIP 法では①質量保存性が保障されないこと, ②二次元解析では実用的な陽解法が多く提案されているが, これまでの CIP 法は基本的に圧力項が陰的に解かれていること, が主な原因と考えられる. 本研究では, まずこれらの課題を改善する新しい二次元浅水流の保存型 CIP 陽解法を提案する. そして, 地形変化を有する場

2. 二次元浅水流の保存型 CIP 陽解法

本解析で用いる基礎方程式は有限体積領域とその面における内の流体占有率を考慮した二次元浅水流方程式である^{2),3)}. 本解析法では, CIP 法で課題であった保存性が保障されないことを解決するために, 近年提案された保存保障型の CIP-CSL2 法⁴⁾を用いた有限体積浅水流解法を提案する. ある方向の有限体積内の保存量の分布は, 挟まれる辺の値と有限体積内の平均値を満たすように決定される⁴⁾. 本解析法における物理量の評価点を図-1 に示す. 本解析法では, 解の保存性だけでなく, 格子の交点の値(点値, 小文字の変数), x, y 方向の格子一辺にわたる平均値(線平均値, 添え字 x もしくは y の大文字の変数), 格子内にわたる平均値(面平均値, 添え字 xy の大文字の変数)を同時に解くことによって, 有限体積内における地盤高の分布を平滑化せずに直接解析に取り込むことが可能となる. ここで, h :水深, u_i : i 方向流速であり, p, A_i, V は点, i 方向断面, 計算格子の流体占有率(空隙率)である. なお, 有限体積内の分布を考慮せずに, 一定値とおけば従来の Upwind 解法⁵⁾となる.

解析フローは以下に示すように数値振動を抑える工夫を組み込んだ陽解法である. 従来の CIP 法と同様に, 運動方程式の移流項とその他の項は分離して解かれ, 運動方程式では u_i を, 連続式では h を計算する^{2),3)}. ただし, 連続式を用いて移流項の式変形は行わず, 発散型のままで解く保存型解法³⁾を適用している. 次に, 更新された流速を用いて連続式を計算し, 連続式の計算により得られる水深を用いて圧力項を計算する. 数値振動を抑えるために, 水位の点(線平均)値は挟まれる線(面)平均値の間に強制的に収まるように修正する. また, 水深の内挿関数による解の振動を抑えるために, 連続式の計算においては有理関数を用いた RCIP 法⁴⁾を適用する. ここで, 前者は運動方程式の移流項の計算の際の連続式の計算後にも用いられるが, 後者は連続式の計算にのみ用いられる. 流速に関しては逆に, 連続式に用いる流速に挟まれる平均がそ

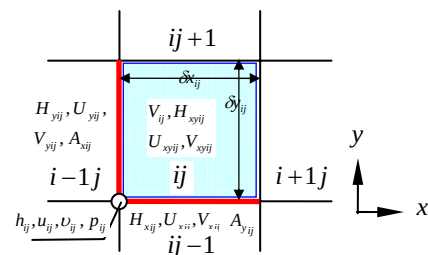


図-1 本解析における主要な変数の配置

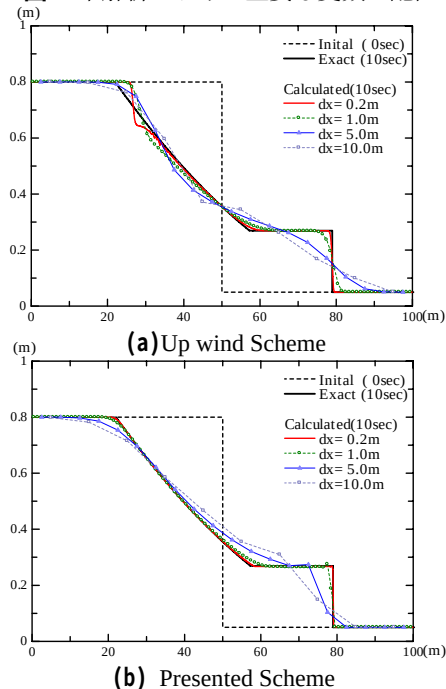


図-2 一次元ダムブレイク問題における格子解像度の影響

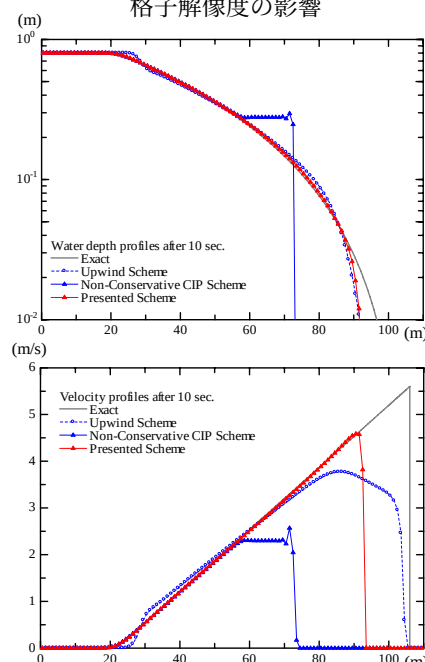


図-3 ドライベッド上のダムブレイク問題への適用(初期水深 $h=0.8\text{m}$)

キーワード 二次元浅水流, 保存型 CIP 法, 地形変化, ダムブレイク
連絡先 〒739-8527 広島市鏡山 1-4-1 広島大学大学院工学研究科 TEL 082-424-7847

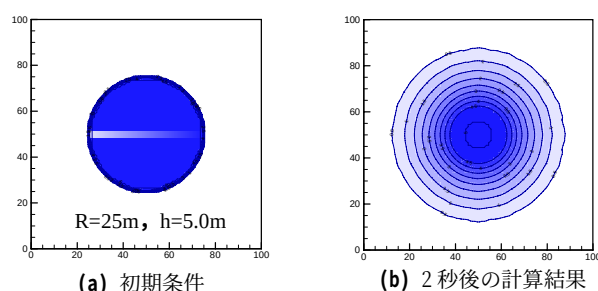


図-4 円形水柱崩壊解析結果

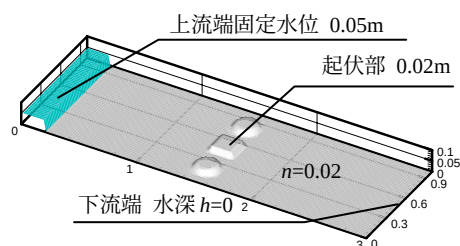


図-5 地形変化を有する流れの解析条件

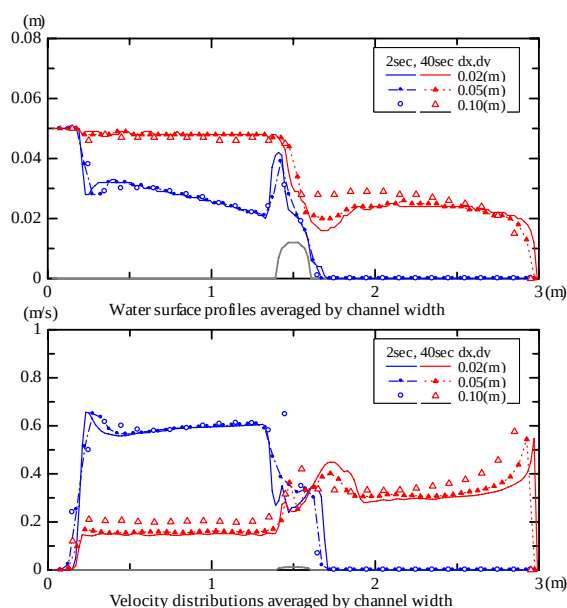


図-6 計算格子の大きさによる流れ場の縦断変化

の間に強制的に収まるように修正している. なお, 最小水深 h_{min} 以下であれば流速 u_i は強制的にゼロが与えられる.

3. 解析結果の検証

まず平坦河床における本解析法を検証する. 図-2 は計算格子の解像度を変化させた場合の一次元ダムブレイク問題の比較である. 負の段波の到達点においては, Upwind 解法は, 圧力勾配を中央差分で計算する場合, 理論値と異なる不自然な解となる⁵⁾が, 本解析法では理論値とほぼ一致している. また, 段波の計算では生成項の影響が強く Upwind 解法でも不連続な段波先端を捉えることが出来る⁵⁾ものの, 段波先端部を表現するためにおよそ 7 点の格子点数が必要である. これに対し, 本解析法では必要最小限の点数と言える 2 点で表現している. このため, 計算格子点数が少なくなると Upwind 解法では正の段波を表現できなくなり, 段波先端位置が前進するが, 本解析法では不必要に計算結果は拡散せず, 少ない格子点数でも理論値の平均値を良く表しており, 段波先端位置は変化しない. また, 流速補正による運動量の保存性の低下は僅かであり, 計算格子を小さくすると, 計算結果は理論値とほぼ一致する.

図-3 は, ドライベット状態におけるダムブレイク問題に対して, Upwind 解法, 非保存型 CIP 解法³⁾と保存型解法である本解析法との比較である. 非保存型 CIP 解法ではドライベットであっても段波先端部で高い波高が形成される. これは, 水工学の分野でこれまで行われてきた CIP 法を用いた計算結果と同様である. 保存解法である Upwind Scheme は, フロント先端が滑らかに計算されているが, 先端速度が遅く先端部付近の水深が理論値よりも高い. 一方, 本解析法では, フロント先端位置は理論値と異なるものの, Upwind Scheme よりも, 先端部近傍まで理論値と一致している. 底面が non-slip 条件であれば微小な水深で高速流が流れることは無いため, 極先端部付近の本解析法の誤差は実用問題においては問題にならないと考えられる. 図-4 は, 円形の水柱崩壊計算結果である. 同心円の計算結果が得られており, 本解析法の計算精度の方向依存性が少ないことが確認できる. 次に, 図-5 のように急な地形変化を有する場合において本解析法の適用性を検討する. 図-6 は, 段波先端が起伏部に衝突した時($t=2\text{sec}$)と定常解($t=40\text{sec}$)について, 計算格子(地盤形状解像スケール)の大きさによる横断平均の縦断水位及び流速分布の比較である. 解析結果は, 段波先端が河床急上昇部に到達すると, 水位が急上昇し, 常射流, ドライ・ウェット混在の厳しい流れ場の計算が可能であることが分かる. さらに, 計算格子を起伏部の大きさ程度まで粗くした $dx=dy=0.10\text{m}$ (面平均値で地盤高が評価できなくなる)においても, 小さな計算格子の計算結果とほぼ等しい縦断形が計算されており, 本解析法の有効性が確認される.

4. 結論

従来の二次元 CIP 解法で課題であった保存性の問題を解決した二次元浅水流の CIP 陽解法を提案した. 本解析法は陽解法でありながら, 常・射流, ドライ・ウェット混在の厳しい流れに適用可能であることを示した. さらに, 計算格子スケールの流れ場や境界条件の変化を捉えることができることを示した.

参考文献

- 1) T. Yabe et al.: A universal solver for hyperbolic-equations by cubic-polynomial interpolation. 1. One-dimensional solver, *Jour. Comput. Phys. Commun.* 66, p.219, 1991.
- 2) 内田龍彦, 河原能久: 任意の境界形状を有する二次元浅水流の高精度解析手法の開発, *水工学論文集*, 第 50 巻, p.799, 2006.
- 3) 内田龍彦, 河原能久: 様々な境界条件を有する二次元浅水流の CIP 解法, 第 19 回数値流体力学シンポジウム講演論文集, A2-1, 2005.
- 4) T. Nakamura et al.: Exactly Conservative Semi-Lagrangian Scheme for Multi-dimensional Hyperbolic Equations with Directional Splitting Technique, *Jour. Comput. Phys.* 174, 171-207, 2001.
- 5) X. Ying et al.: Upwind Conservative Scheme for the Saint Venant Equations, *Jour. Hydraul. Eng., ASCE*, p.977, 2004.