

LES における動的境界条件の導入

神戸大学大学院自然科学研究科 学生員 ○北野有哉
神戸大学大学院自然科学研究科 正会員 中山昭彦

1. 序論

乱流の解析において、瞬時の流れ場の再現を可能とする LES はある程度成功を収めているが、高レイノルズ数流れでの解像しきれない境界近傍流れの影響を、如何に考慮するかという課題が依然残されている。現在、乱流モデルの精度を高めることで解像度の不備を補おうと様々なモデルが提案されているが、流れ場の種類に左右されない汎用性のある乱流モデルは未だ提案されていない。本研究は陽的にフィルタを定義せず、境界近傍での粗視化操作と微分操作の非互換性を無視していることに注目し、陽的フィルタを用いた LES 法を導出した。これは境界近傍でのフィルタ操作で生じる互換誤差をモデル化し、そのモデル係数を動的に決定する事により、境界近傍流れを解像せずに境界の影響を取り入れる方法である。本報はこの動的境界モデルの提案および、その有用性の提示を目的とする。

2. 陽的フィルタリングによる LES 基礎方程式

まず格子幅 Δ のフィルタ関数 $G_{\Delta}(x, \xi)$ を点 x を中心に $1/2$ の範囲で一定の値 1, それ以外では 0 をもつ重み関数, $w(x)$ を用いて以下のように定義する。

$$G_{\Delta}(x, \xi) = \frac{w((x - \xi)/\Delta)}{W_{\Delta}(x)} \quad (1)$$

ここでフィルタ関数は $\iiint_D G_{\Delta}(x, \xi) dV_{\xi} = 1$ である為, $W_{\Delta}(x) = \iiint_D w((x - \xi)/\Delta) dV_{\xi}$ とする。 D は流れ場全域を示す。

この関数を用いてベクトル $f(x)$ の勾配 $\nabla f(x)$ を粗視化したものは、以下のように展開できる。

$$\begin{aligned} \overline{\nabla f(x)} &= \iiint_D G_{\Delta}(x, \xi) \nabla_{\xi} f(\xi) dV_{\xi} \\ &= \iint_S G_{\Delta}(x, \xi) f(\xi) n dS_{\xi} - \iiint_D \nabla_{\xi} G_{\Delta}(x, \xi) f(x) dV_{\xi} \\ &\quad + \iiint_D \nabla_x G_{\Delta}(x, \xi) f(\xi) dV_{\xi} \\ &= \iint_S G_{\Delta}(x, \xi) \left(f(\xi) - \overline{f(x)} \right) n dS_{\xi} + \nabla \overline{f(x)} \\ &= \overline{f''(x)n}^S + \nabla \overline{f(x)} \end{aligned} \quad (2)$$

ここで S は粗視化前の境界面, n は粗視化前の境界面に対する法線ベクトルである。また $f''(x) = f(x) - \overline{f(x)}$ は粗視化によって除かれた $f(x)$ の $\overline{f(x)}$ に対する変動成分 (sub-filter scale), そして $\overline{f''(x)n}^S (= \int_S G_{\Delta}(x, \xi) f''(\xi) n dS_{\xi})$ が粗視化前の流れ場の境界面における f'' のフラックス体積フィルタ平均であり、先に述べた互換誤差である。

この互換誤差を考慮して LES 基礎方程式を改めて導出し

直すと次のようになる。

$$\begin{aligned} \frac{\partial \overline{u_i}}{\partial t} + \frac{\partial \overline{u_i u_j}}{\partial x_j} &= -\frac{1}{\rho} \frac{\partial \overline{p}}{\partial x_i} + \nu \frac{\partial^2 \overline{u_i}}{\partial x_j \partial x_j} - \frac{\partial \tau_{ij}}{\partial x_j} \\ &\quad + \overline{u_i u_j n_j}^S - \frac{1}{\rho} \overline{(p - \overline{p}) n_i}^S \\ &\quad + \nu \left[-\frac{\partial \overline{u_i n_j}^S}{\partial x_j} + \overline{\left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} - \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \right) n_j}^S \right] \end{aligned} \quad (3)$$

ここに τ_{ij} は通常の SGS 応力である。

式 (3) の右辺第四項以降が互換誤差を考慮する項であり、境界に接するセルの計算時にのみ必要となる。これらの項および τ_{ij} は非解像成分で表されている為、 τ_{ij} は Smagorinsky 定数 C_s が 0.18 の標準 Smagorinsky モデルを用いてモデル化し、式 (3) の右辺第四項以降の各項を以下のようにモデル化する。

$$\overline{u_i u_j n_j}^S = -C_r \frac{\Sigma_{\Delta}}{\Delta} |\overline{S}| \frac{\partial \overline{u_i}}{\partial x_j} \quad (4)$$

$$-\frac{1}{\rho} \overline{(p - \overline{p}) n_i}^S = C_d \frac{A_{\Delta}}{\Delta^3} |\overline{u}| \overline{u_i} \quad (5)$$

$$\nu \left[-\frac{\partial \overline{u_i n_j}^S}{\partial x_j} + \overline{\left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} - \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \right) n_j}^S \right] = C_f \frac{\Sigma_{\Delta}}{\Delta^3} |\overline{u}| \overline{u_i} \quad (6)$$

モデルパラメータの決定に際しては、Germano *et al* ¹⁾ によって提案された動的手法を応用して Germano identity の形を導出し、Lilly ²⁾ による最小二乗法を用いて毎時・各点で算出した。詳細については北野 ³⁾ を参照して戴きたい。

このモデルは、流れ場境界面での局所的摩擦応力を表現していると考えられることから、境界面すべり速度を

$$u_{sl i} = C_{sl} \sqrt{\text{式 (4)} + \text{式 (5)} + \text{式 (6)}} \quad (7)$$

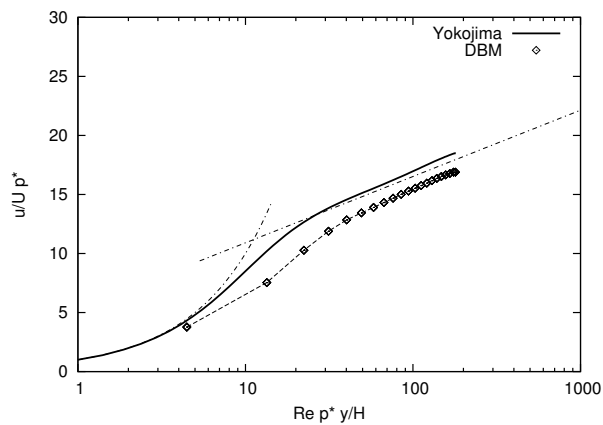
とモデル化し、モデルパラメータ C_{sl} を 1.0 として流速の局所境界条件とした。本稿では以降、これらの式 (4)–(7) を総称して DBM (Dynamic Boundary Model) と呼ぶ。

3. 数値計算

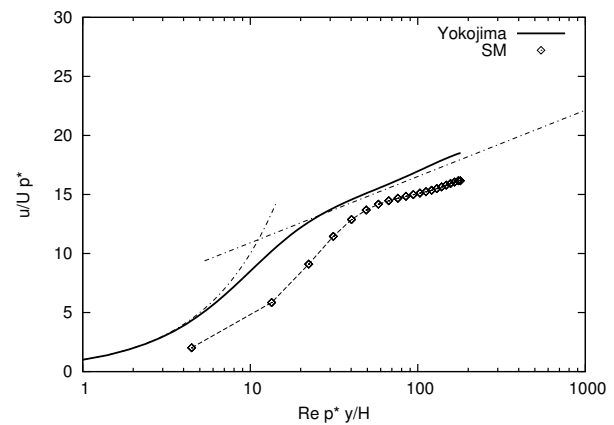
計算対象は x, y, z 方向に長さ $3H, H, 1.6H$, $x-z$ 方向に周期境界をもつ領域とし、1) $60 \times 20 \times 32$ の格子数での標準 Smagorinsky モデル (以下 SM) のみを導入した LES, 2) 同格子数で SM に加え DBM を導入した LES の二種のシミュレーションを、水深と壁面摩擦速度に基づく Re_{τ} を 180, 無次元時間刻み幅 0.002 で行った。下面境界条件に関して 1) では non-slip とし、2) では式 (7) のすべり速度を適用、上面境界条件は 1), 2) 共に完全すべりとした。

Key Words: LES, 陽的フィルタ, 動的境界条件

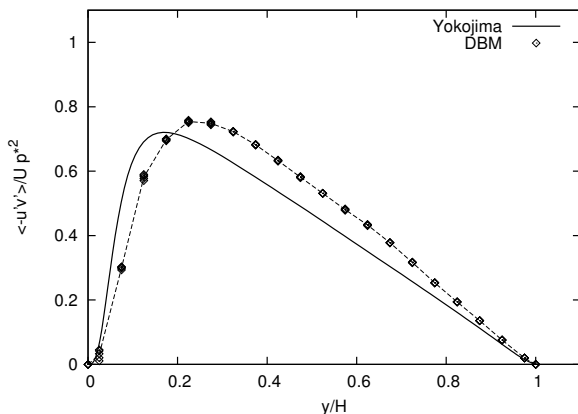
連絡先 〒657-8501 神戸市灘区六甲台町 1-1 神戸大学大学院自然科学研究科 TEL078-803-6280



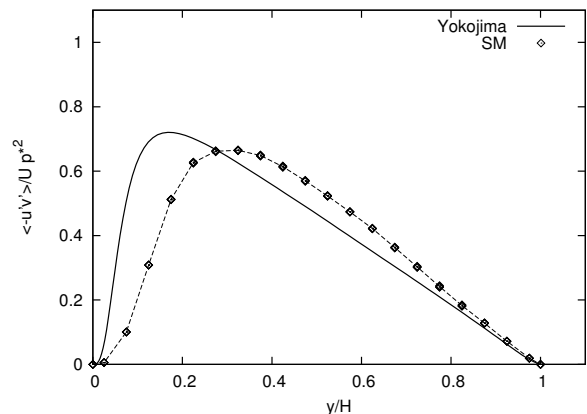
■-1 平均流速分布 (DBM) (破線は理論値)



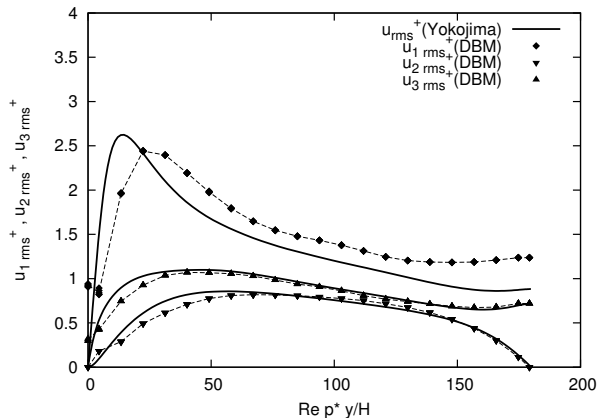
■-4 平均流速分布 (SM) (破線は理論値)



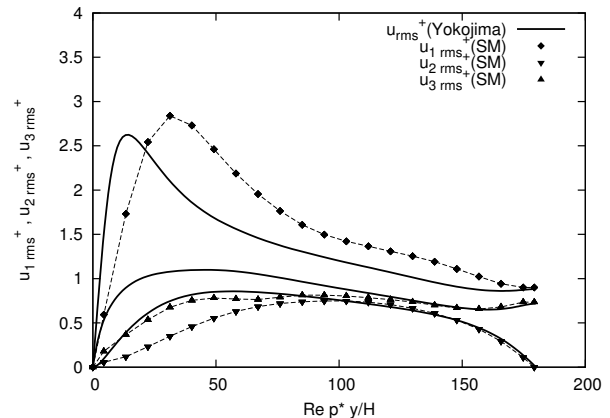
■-2 レイノルズ応力分布 (DBM)



■-5 レイノルズ応力分布 (SM)



■-3 乱流強度分布 (DBM)



■-6 乱流強度分布 (SM)

4. 考察および結論

DBM(Dynamic Boundary Model)により境界一点目の流速がDNSとほぼ一致し、SGS応力には標準Smagorinskyモデルを用いたにも関わらず、流れ場全域に対して再現性の改善を確認できた。注目すべきはDBMの性質上、機能しているのが境界そのものを含むごく近傍のみという点である。このことから、標準SmagorinskyモデルのみのLESでは非互換性を無視する影響が、無視できない程強く現れていることが分かる。

LESを行う際にはフィルタを陽的に設定し、そのフィルタによる非互換性の影響をモデル化する必要がある。非互換性を正確に考慮すれば、少なくとも平坦境界については基本モデルを標準Smagorinskyモデルとしたまま、精度良くかつ

効率的に再現できるものとする。

■■■■■

- 1) M.Germano, U.Piomelli, P.Moin, W.H.Cabot: A dynamic subgrid-scale eddy viscosity model, *Phys. Fluids A*, Vol.3, No.7, pp.1760-1765, 1991.7
- 2) D.K.Lilly: A proposed modification of the Germano subgrid-scale closure method, *Phys. Fluids A*, Vol.4, No.3, pp.633-635, 1992.3
- 3) 北野 有哉: LES解析における動的境界モデルに関する研究, 神戸大学工学部卒業論文, 2006.2
- 4) Yokojima, S.: Modeling and Simulation of Turbulent Open-Channel Flows Emphasizing Free-Surface Effects, *Kobe University Doctor of Engineering*, 2002.