

実現理論を用いた多点観測による自動振動特性推定法と推定精度

長崎大学大学院 学生会員 ○ 出口浩二

長崎大学工学部 フェロー 岡林隆敏
中国福州大学土木建築工程学院 非会員 吳 慶雄

1. はじめに

構造物の健全度評価を振動特性(振動数・減衰定数・振動モード)から評価するためには、微細な振動数変化を検出できるシステムが必要である。本研究では、システム実現法であるERA法¹⁾、およびERA/DC法¹⁾を用いて対象とする橋梁モデルの振動特性推定を行い、その精度の比較・検証を行った。

2. 数値シミュレーション

対象橋梁モデルは補剛アーチ橋とし、平面骨組構造による構造モデルを図-1に示す。このモデルの諸元を表-1に、1～8次までの鉛直振動の固有振動数を表-2に示す。また、固有値解析による振動モードを図-2に示す。離散系の状態方程式は次式で表される。

$$x(k+1) = Ax(k) + Bf(k) \quad y(k) = Cx(k) \quad (1)$$

本研究では節点番号～の鉛直方向に独立な白色雑音を与えた場合の応答シミュレーションを行った。着目点は対象橋梁の桁部分である、節点番号～の多点観測とし、数値解析法にはモード解析法を用いた。また、各振動次数のモード減衰は、 $h_k = 0.02$ とした。

3. 振動特性推定法

1) ERA法(The Eigensystem Realization Algorithm)

本研究では、構造同定手法として、ERA法、およびERA/DC法を用いた。両手法における同定手法の流れを図-3に示す。 $x(k)$ の共分散 $R_x(k) = E[x(k)x(k)^T]$ より、観測値 $y(k)$ の自己相関関数 $R_{yy}(k) = CA^k R_x C^T = CA^k B$ を用いると、Hankel 行列は次式から構成される。

$$H(k) = \begin{bmatrix} R_{yy}(k) & R_{yy}(k+1) & \cdots & R_{yy}(k+\beta-1) \\ R_{yy}(k+1) & R_{yy}(k+2) & \cdots & R_{yy}(k+\beta) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ R_{yy}(k+\alpha-1) & R_{yy}(k+\alpha) & \cdots & R_{yy}(k+\alpha+\beta-2) \end{bmatrix} = P_\alpha A^k Q_\beta \quad (2)$$

と表される。 P_α は可観測行列、 Q_β は可制御行列である。(2)式において、 $k=0$ の場合の Hankel 行列を特異値分解すると、

$$H(0) = P_\alpha Q_\beta = USV^T = US^{1/2} S^{1/2} V^T \quad (3)$$

となる。 $k=1$ の場合、(2)式は、

$$H(1) = P_\alpha A Q_\beta \quad (4)$$

となり、(3)、(4)式より、第 m 点までの観測点を E_m^T とすると、

$$A = US^{-1/2} H(1) S^{-1/2} V^T = P_\alpha^{-1} H(1) Q_\beta^{-1} \quad C_m = E_m^T U S^{1/2} \quad (5)$$

2) ERA/DC法(The ERA with Data Correlations)

Hankel 行列 $H(k)$ を用いて、次式のようなデータ相関を考える。

キーワード 橋梁健全度評価、振動特性自動推定、多点常時微動

連絡先 〒852-8521 長崎市文教町 1-14 長崎大学 TEL 095-847-1111

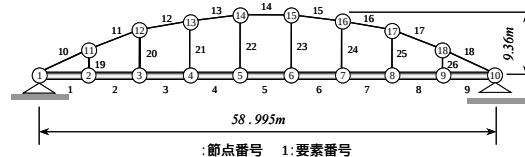


図-1 補剛アーチ橋

表-1 モデル諸元 表-2 固有振動数

形式	補剛桁橋	次数	振動数(Hz)
支間長	$L(m)$	1次	1.742
ライズ	$f(m)$	2次	2.558
補剛桁の断面積	$A_1(m^2)$	3次	4.018
扶肋の断面積	$A_2(m^2)$	4次	6.355
曲げ剛性	$EI(kN \cdot m)$	5次	9.734
桁全重量	$W(kN)$	6次	13.62
格間数	9	7次	17.61
		8次	20.76

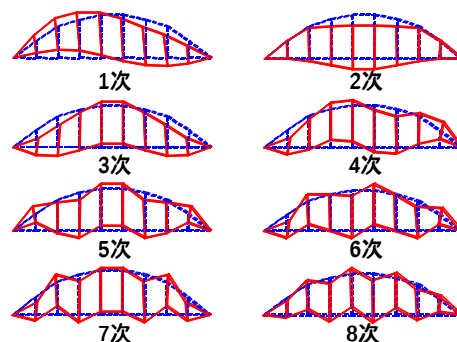


図-2 固有値解析による振動モード

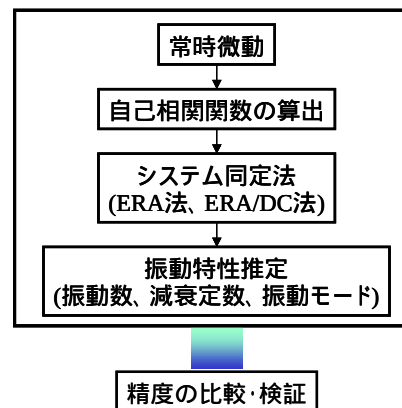


図-3 構造同定の流れ

$$\mathbf{R}_R(k) = \mathbf{H}(k) \mathbf{H}^T(0) \tag{6}$$
$$= \begin{bmatrix} \sum_{i=0}^{\beta-1} \mathbf{R}_{yy}(k+i) \mathbf{R}_{yy}^T(i) & \cdots & \sum_{i=0}^{\beta-1} \mathbf{R}_{yy}(k+i) \mathbf{R}_{yy}^T(\alpha-1+i) \\ \vdots & & \vdots \\ \sum_{i=0}^{\beta-1} \mathbf{R}_{yy}(k+\alpha+i-1) \mathbf{R}_{yy}^T(i) & \cdots & \sum_{i=0}^{\beta-1} \mathbf{R}_{yy}(k+\alpha+i-1) \mathbf{R}_{yy}^T(\alpha-1+i) \end{bmatrix}$$
$$= \mathbf{P}_\alpha \mathbf{A}^k \mathbf{Q}_c \tag{7}$$

(7)式において $k = 0$, $k = 1$ の場合 ,
 $\mathbf{R}_R(0) = \mathbf{H}(0) \mathbf{H}^T(0) = \mathbf{P}_\alpha \mathbf{Q}_c$, $\mathbf{R}_R(1) = \mathbf{H}(1) \mathbf{H}^T(0) = \mathbf{P}_\alpha \mathbf{A} \mathbf{Q}_c$ (8)

となる . $R_{hh}(0)$ の特異値分解を考えると ,
 $\mathbf{R}_R(0) = \mathbf{P}_\alpha \mathbf{Q}_c = \mathbf{U} \mathbf{S} \mathbf{V}^T = \mathbf{U} \mathbf{S}^{1/2} \mathbf{S}^{1/2} \mathbf{V}^T$ (9)
(8) , (9)式より , 観測点を E_m^T とすると ,
 $\mathbf{A} = \mathbf{U} \mathbf{S}^{-1/2} \mathbf{R}_R(1) \mathbf{S}^{-1/2} \mathbf{V}^T = \mathbf{P}_\alpha^{-1} \mathbf{R}_R(1) \mathbf{Q}_c^{-1}$ $\mathbf{C}_m = E_m^T \mathbf{U} \mathbf{S}^{1/2}$ (10)
(5) , (10)式より , $\mathbf{A}$ の固有値から固有値の実数部分 X_{Re} と虚数部分 X_{Im} が求められる . X_{Re} , X_{Im} を用いて , Δ をサンプリング時間とすると , 次のように固有円振動数 ω_k , 減衰定数 h_k が得られる .

$$h_k \omega_k = (-1/\Delta) \ln \sqrt{X_{Re}^2 + X_{Im}^2} \tag{11}$$
$$\omega_k \sqrt{1 - h_k^2} = (1/\Delta) \tan^{-1}(X_{Im} / X_{Re})$$

4. 振動特性推定結果

振動特性推定は , ERA 法 , および ERA/DC 法ともに 30 秒間の常時微動データを 1 回区分として , 合計 100 回行った . ERA 法による合計 100 回の振動数推定軌跡 , 減衰定数推定軌跡をそれぞれ図 - 4 , 図 - 5 に示す . これらの結果より , 全次数において , 振動数 , 減衰定数の推定ができていることが確認できる .

また , 図 - 6 に , ERA 法により推定された合計 100 回の振動モードの平均値を示す . 図 - 2 に示した , 固有値解析による振動モードの桁部分と比較すると , 推定手法における振動モード推定が実現できている .

次に , 両手法における振動特性推定結果を表 - 3 に示す . この表より , 振動数 , 減衰定数とともに両手法は同程度の推定精度であることが分かる . 振動数に着目してみると , 両手法とも全次数において変動係数が 1% 未満と精度良く推定できている . 減衰定数に着目してみると , 1 次の変動係数が高く , ばらつきが若干大きいことが確認できた . また , 7 次 , 8 次の高次において , 平均値が設定値よりも高めの推定となっている .

5. まとめ

ERA 法 , および ERA/DC 法を用いて , 対象橋梁の振動特性推定を行い , その精度検証を行った . 両手法の振動特性推定精度は , 振動数 , 減衰定数とともにほぼ同精度であることが確認できた . また , 実現化手法による構造同定では , 振動モードの推定が可能であることが確認できた . 今後は , 実橋計測を行うことで , 本手法の有効性を検証したい .

[参考文献] 1) Jer-Nan Juang : Applied System Identification , Prentice Hall , 1993 . 11

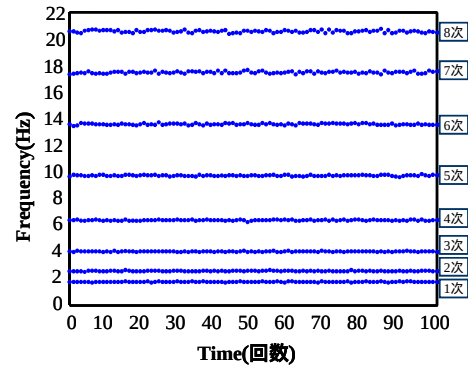


図 - 4 ERA 法による振動数推定軌跡

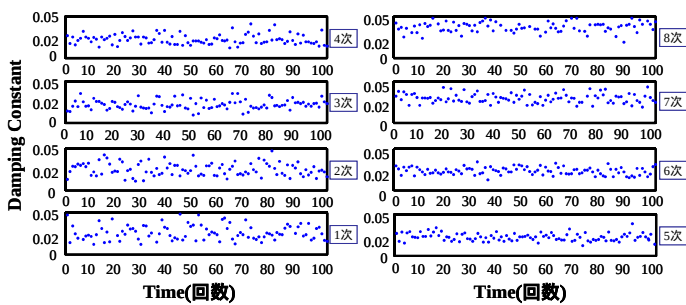


図 - 5 ERA 法による減衰定数推定軌跡

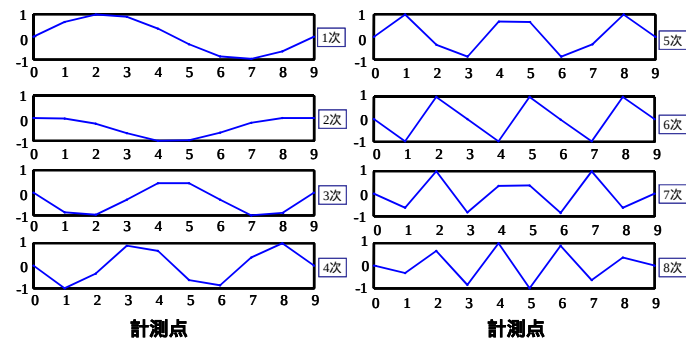


図 - 6 ERA 法による振動モード推定

表 - 3 振動特性推定結果

補剛アーチ橋		固有振動数(Hz)			減衰定数		
		平均値(Hz)	標準偏差(Hz)	変動係数(%)	平均値	標準偏差	変動係数(%)
1次	ERA法	1.741	0.01651	0.9479	0.02714	0.01134	41.80
	ERA/DC法	1.741	0.01657	0.9518	0.02703	0.01118	41.34
2次	ERA法	2.555	0.02144	0.8392	0.02501	0.007929	31.70
	ERA/DC法	2.555	0.02141	0.8379	0.02502	0.008012	32.02
3次	ERA法	4.018	0.02172	0.5404	0.02180	0.005767	26.46
	ERA/DC法	4.019	0.02179	0.5422	0.02187	0.005781	26.43
4次	ERA法	6.360	0.03228	0.5076	0.02212	0.005904	26.68
	ERA/DC法	6.360	0.03201	0.5034	0.02214	0.005917	26.73
5次	ERA法	9.719	0.05172	0.5321	0.02224	0.004434	19.94
	ERA/DC法	9.719	0.05191	0.5341	0.02224	0.004437	19.96
6次	ERA法	13.56	0.06664	0.4913	0.02303	0.004437	19.27
	ERA/DC法	13.56	0.06662	0.4912	0.02304	0.004464	19.38
7次	ERA法	17.46	0.1242	0.7117	0.02963	0.005763	19.45
	ERA/DC法	17.46	0.1243	0.7121	0.02965	0.005797	19.55
8次	ERA法	20.41	0.1704	0.8349	0.03936	0.007700	19.56
	ERA/DC法	20.41	0.1712	0.8387	0.03937	0.007735	19.65