

任意境界形状最小曲面を求めるための要素置換手法に関する研究

佐賀大学 学生会員 村上 卓志 佐賀大学 正会員 帯屋 洋之
 佐賀大学 正会員 井嶋 克志 佐賀大学 正会員 川崎 徳明

1. まえがき

石鹸膜等張力曲面の形態解析において、三次元的な境界形状を与えた場合、隣接する要素の軌跡が交差し、解析不能になることが問題として挙げられる。本研究で用いる線長比例軸力線解析では、連立一次方程式を一回解くだけで、どんなに複雑な境界形状を持つ場合であっても、定義された要素力式に整合する完全な釣合解を得ることができる。また、面内方向の軸力線密度を均等に配しておけば、等張力曲面形状に近い解曲面が得られる。本研究は、線長比例軸力線要素を等張力曲面解析の前段における置換要素として用いることにより、合理的な最小曲面計算手法についての提案を行うものである。

2. 解析手法

2.1 線長比例軸力線による形態解析

要素の長さに比例する軸力を持つ仮想要素を線長比例軸力線と定義した。これを用いて形態解析を行った場合、線形計算のみで解析ができるため、反復計算を要することなく、空間3自由度節点群の釣合解を求めることができ、これを等張力曲面解析のための初期形状として用いた。

2.2 石鹸膜による形態解析

表面張力を各辺に沿った辺張力に離散化した三角形石鹸膜要素を用いて解析を行った。石鹸膜曲面は理論的には面内方向に剛性を持たないため、節点変位を法線方向のみの1自由度系とする低次元化処理を施すことにより、法線方向の節点不平衡力がゼロに収束すれば全ての節点は石鹸膜曲面上に存在することになる。

3. 数値計算例

3.1 Shark 曲面解析による軸力線

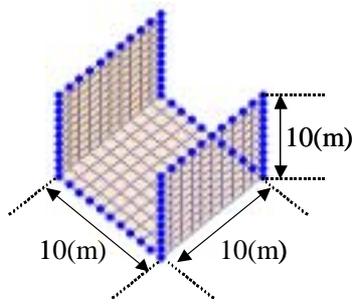


図 - 1 Shark 境界と初期節点位置
およびメッシュ分割、寸法

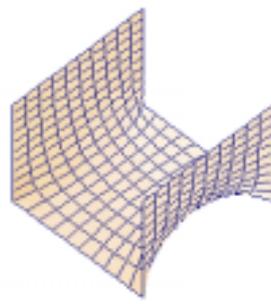


図 - 2 均一な要素力係数により
得られた釣合曲面

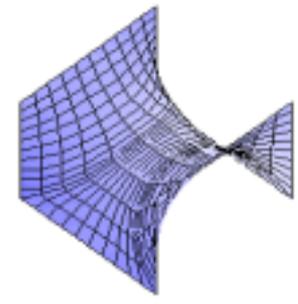


図 - 3 図 - 2を先行状態として
得られた最小曲面

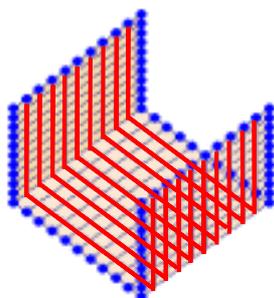


図 - 4 タテ軸力線(図中太線)と
ヨコ軸力線(図中細線)

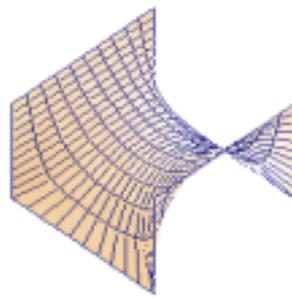


図 - 5 軸力線密度を揃えて
得られた釣合曲面

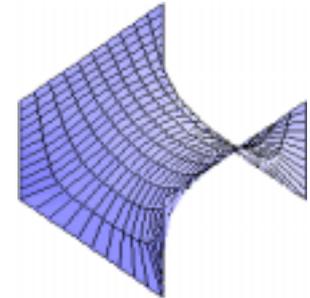


図 - 6 図 - 5を先行状態として
得られた最小曲面

キーワード：線長比例軸力線、石鹸膜、
等張力曲面解析、最小曲面

連絡先：〒840-8502 佐賀市本庄町一番地
佐賀大学工学部都市工学科 tel(0952)28-8578

図 - 1 のように各辺を 10 分割したシャーク境界に対して、軸力と線長との間の比例定数（要素力係数）を均一にして線長比例軸力線解析を行うと、全節点の不均衡力が 0 に収束し、図 - 2 のような形状の解を得ることができた。その後、軸力線要素を、四角形石鹸膜要素に置換して石鹸膜解析を行うと図 - 3 のような最小曲面が得られた。しかしながら、この解はメッシュの形状にばらつきが見られ、収束に至るまでに多くの反復回数を要することが確認できた。これは、軸力線解析において要素力係数を均一にしているために、タテ軸力線とヨコ軸力線（図 - 4 参照）の密度に大きな差が生じ、実際の Shark 曲面よりも低い位置に偏った曲面となったことが原因と考えられる。そこで、タテ・ヨコ軸力線の要素力係数を調整し、軸力線密度を均一にして軸力線解析を行ったところ、図 - 5 のような実際の Shark 曲面に近い初期形状が求まり、等張力曲面解析においては、7 回の反復計算の後に図 - 6 のような最小曲面を得ることができた。

3.2 強制変位による最小曲面解析

本研究における解析手順は以下のとおりである。

- 1) 三角形メッシュあるいは四角形メッシュに分割した初期平面と固定境界を設定する。
- 2) 節点間に線長比例軸力線要素を配し、境界節点のみ強制変位させ、空間内に境界形状を描く。
- 3) 軸力線解析により釣合形状が得られ、その後、線長比例軸力線要素を等張力石鹸膜要素に置換する。
- 4) 等張力曲面解析により、最小曲面を得る。

これにより、相当に複雑な境界形状を設定した場合でも、その境界に適合する最小曲面を得ることが可能になる。本研究で得られた解析例を図 - 7 に示す。但し、いずれも要素力係数 $C=1.0\text{kN/m}$ ，単位幅膜張力 $t=2.0\text{kNm}$ の条件で解析を行っている。

	1) 初期平面	2) 境界強制変位	3) 軸力線釣合形状	4) 最小曲面
境界形状 シャーク				
立体交差 三つ葉				
ライメン周 螺旋				

図 - 7 境界強制変位による最小曲面解析の数値計算例

4 . 結論

線長比例軸力線要素を置換要素として用いて解析を行った結果、軸力線の面内方向密度に偏りがあるようなケースを除き、複雑な境界形状であってもこれに整合し、かつ等張力条件を満たす最小曲面を得ることが可能となった。また、軸力線解析は線形解析であるため、石鹸膜要素による等張力曲面解析に要する反復回数より 1 回多く連立一次方程式を解くだけでよいことになり、合理的な計算手法を開発することができた。これにより、設計者にとっては、自由な発想で境界形状をデザインすることと、力学的合理性を持つ曲面を決定することを同時に行えるようになる。

参考文献

後藤茂男他：膜構造、骨組構造の形状決定と挙動解析に関する統一理論の確立とプログラムの開発
能村膜構造技術振興財団助成研究，研究報告書，1995